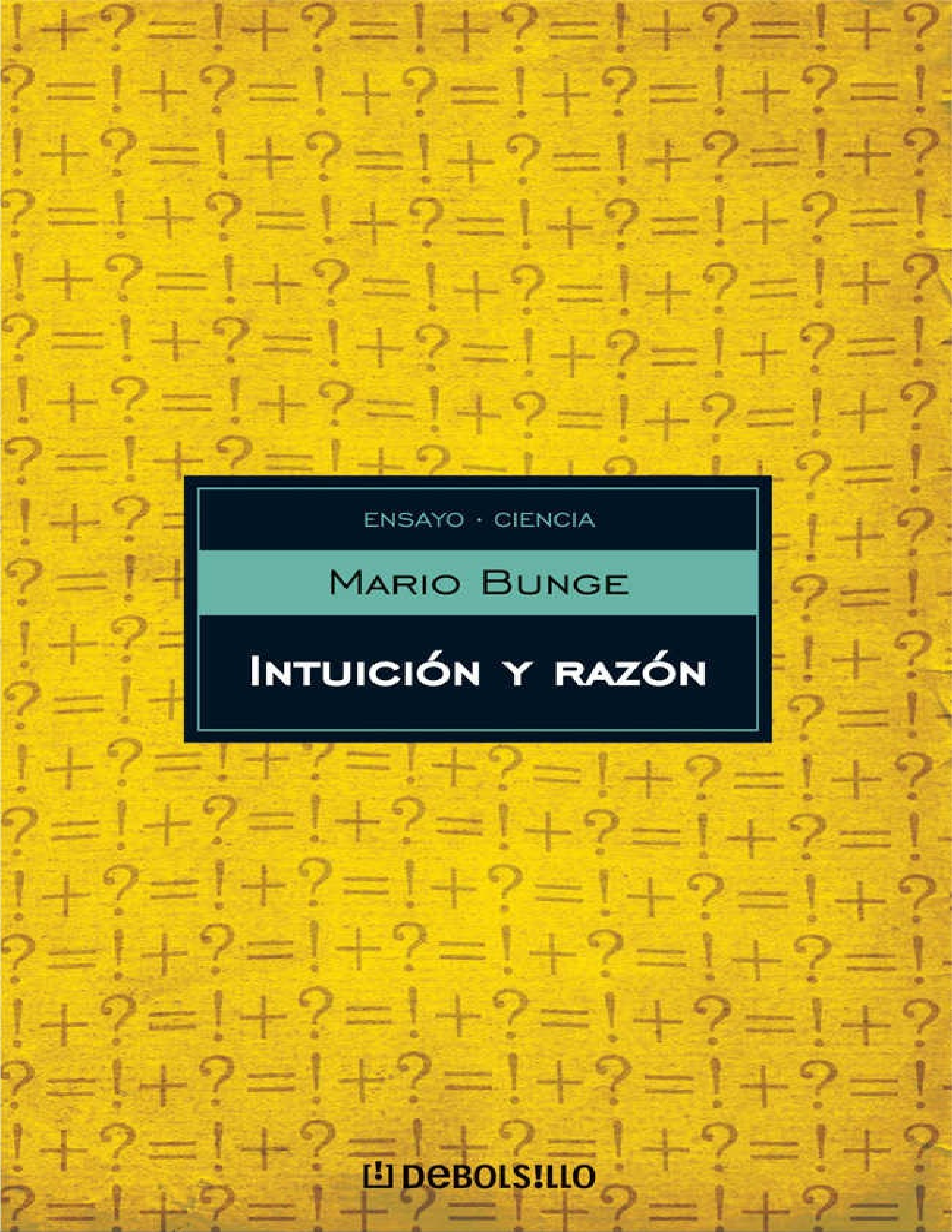

ENSAYO · CIENCIA
MARIO BUNGE
INTUICIÓN Y RAZÓN
DEBOLSILLO

Mario Bunge

INTUICIÓN Y RAZÓN

EDICIÓN REVISADA

Debolsillo

Mario Bunge nació en Buenos Aires en 1919, se doctoró" "en ciencias físico-matemáticas en 1952, y estudió filosofía y ciencias sociales por su cuenta. Ostenta quince doctorados y cuatro profesorados honorarios. Fue profesor en las universidades de Buenos Aires y La Plata, así como profesor invitado en universidades norteamericanas, mexicanas y europeas. Desde 1966 enseña en la Universidad McGill, en Montreal. Ha publicado más de cuarenta libros y unos quinientos artículos sobre física, sociología, teoría de sistemas, semántica, ontología, filosofía de la ciencia y ética. Sus principales obras son *Foundations of Physics*, *La investigación científica* y *Treatise on Basic Philosophy*, en ocho tomos.

A Manuel Sadosky, el maestro perfecto

PREFACIO

Este libro trata de la creación intelectual y sus dos polos: la intuición y la razón. Se ocupa, en particular, de las interrelaciones entre intuición y razón en la investigación científica y técnica. También trata de las filosofías intuicionistas y del llamado intuicionismo matemático.

El origen de este libro se remonta a tres conferencias dictadas por el autor en la Universidad de Pensilvania, a fines del año 1960, con el auspicio de los Departamentos de Matemática, Física y Filosofía. La primera edición apareció en 1962, publicada por Prentice-Hall Inc., con el título Intuition and Science. *Greenwood Press la reimprimió en 1975.*

En 1965 la Editorial Universitaria de Buenos Aires publicó la traducción castellana de Emilio Colombo, revisada por el autor, y titulada Intuición y Ciencia. *Dos años más tarde apareció la traducción rusa,* Intuitsia i Nauka, *prologada por el profesor V. G. Vinogradov y publicada por la Editorial Progreso. Las cuatro ediciones se agotaron hace años.*

La presente edición es una versión corregida a fondo, ampliada y actualizada de la edición argentina de 1965 y de la española de 1986. En particular, he tenido en cuenta la sorprendente expansión del intuicionismo matemático desde 1967, y he actualizado la bibliografía.

Agradezco las valiosas observaciones críticas que me formularan Paul Bernays, Ludovico Geymonat, Emil Grosswald, Manuel Sadosky, y mi mujer, Marta Cavallo Bunge.

MARIO BUNGE
Foundations & Philosophy of Science Unit,
McGill University, Montreal.
Abril de 1996.

INTRODUCCIÓN*

Hay pocas palabras tan ambiguas como "intuición". Su utilización indiscriminada es tan engañosa que se ha llegado a proponer seriamente su expulsión del diccionario. Sin embargo, ello no sería práctico, porque está firmemente enraizada en el lenguaje ordinario y también en el lenguaje técnico y habría que introducir en su lugar muchos términos nuevos.

En algunos casos "intuición" designa una facultad prerracional (intuición sensible); en otros, una aptitud suprarracional (intuición pura, intuición de esencias, intuición mística); en otros, por fin, una variedad de la razón (intuición intelectual).

Los filósofos y los científicos no concuerdan generalmente en cuanto al significado de "intuición". Para los filósofos la intuición, sin calificativos, es casi siempre una facultad de la mente humana que difiere tanto de la sensibilidad como de la razón, y constituye un modo de conocimiento autónomo, a saber, una aprehensión súbita, total y exacta.

Los científicos, por el contrario, estiman primordialmente el conocimiento inferido, que es mediato, parcial, inexacto y arduamente elaborado. No se inclinan a creer en la aprehensión inmediata de ideas preexistentes ni en la evidencia súbita y segura, sino en construcciones más o menos rápidas y en inferencias veloces y fragmentarias.

Quienes han adoptado una orientación científica pueden creer en intuiciones de diverso tipo, pero no en el intuicionismo. La intuición puede ser una fuente de progreso cuando sus productos —habitualmente conjeturas groseras— son elaborados y puestos a prueba. El intuicionismo, en cambio, es una tendencia regresiva en filosofía, por proclamar dogmáticamente la existencia e incluso la superioridad de un modo de conocimiento inescrutable e incontrolable.

Tanto los filósofos, como los científicos, a menudo emplean la palabra "intuición" descuidadamente. Nosotros procuraremos analizar el término y elucidar las funciones que cumple la intuición en aquellas áreas del pensamiento donde aparece con mayor frecuencia: matemática, ciencia fáctica y técnica.

* La mayoría de los términos técnicos de esta obra se explican en el glosario ubicado al final del libro.
En las notas al pie las citas se dan de manera esquemática. Podrán encontrarse más detalles en la Bibliografía.

I
El intuicionismo filosófico

1. DE ARISTÓTELES A KANT

1.1. *Raíces del intuicionismo aristotélico*

En su *Organon*,[1] la principal obra sobre lógica de la Antigüedad, Aristóteles (384-321 a. C.) expone conjuntamente dos tesis que es necesario distinguir, aunque a menudo se las ha confundido. Ellas son 1) la tesis *fundamentalista,* según la cual toda rama del conocimiento tiene un fundamento o punto de partida *radical* (último y final) y *absoluto*, es decir, independiente del modo en que el tema en cuestión es abordado y expuesto; y 2) la tesis *infalibilista*, según la cual todo conocimiento que merezca ser considerado científico debe ser seguro e incorregible, para lo cual debe basarse en premisas que sean indudablemente verdaderas y *evidentes*.

Sin duda, el fundamentalismo y el infalibilismo no son características exclusivas del sistema aristotélico, sino que caracterizan al dogmatismo en general, sea éste idealista, empirista o materialista. Ambos pueden encontrarse, por ejemplo, en la exigencia de fundar el "conocimiento seguro" en lo que es dado inmediatamente en la sensación (sensismo), y en la exigencia de fundarlo sobre principios pretendidamente eternos de la razón pura (racionalismo clásico). Es innecesario subrayar que el progreso del conocimiento, que consiste en parte en la revisión y ampliación de todo lo que se considera conocido y probado, ha desacreditado tanto al fundamentalismo, como al infalibilismo. Toda fundamentación es considerada en la actualidad perfectible, y todo enunciado acerca de cosas y acontecimientos se considera corregible.

Ahora bien, una proposición que es tomada como premisa en un contexto determinado es indemostrable en ese contexto y, si no concedemos que tales premisas (axiomas o postulados) pueden ser formuladas provisoriamente como hipótesis (ciencia fáctica), o convenciones (ciencia formal), ¿cómo podrían ser establecidas sino por medio de la intuición o de la inducción? Pero la inducción, a la que Aristóteles considera como el método mediante el cual incluso la percepción sensible "implanta el universal",[2] no da como resultado un conocimiento seguro, como lo prueba el fracaso de gran parte de nuestras generalizaciones empíricas; y el conocimiento inseguro no es científico según el

infalibilismo. Por consiguiente, queda la intuición intelectual o razón intuitiva (*nous*) como el único modo de aprehensión de las premisas del discurso científico. En última instancia "la intuición es la fuente originaria del conocimiento científico".[3]

El fundamentalismo y el infalibilismo conducen, pues, al intuicionismo. Mejor dicho —en el caso de Aristóteles y de muchos otros que otorgan valor a la experiencia sensible y a la deducción—, uno y otro conducen a postular la existencia de la intuición como un modo autónomo de conocimiento y como la fuente suprema de la verdad. Infortunadamente, la existencia misma de una capacidad tal para la aprehensión global y súbita de conocimientos seguros no queda establecida de este modo.

La intuición, que en la filosofía de Aristóteles ocupaba un lugar marginal, pasó a desempeñar un papel importante en la filosofía moderna.

1.2. *La intuición racional de Descartes*

La misma exigencia de fundamentación última y de certidumbre impulsa a Descartes (1596-1650) —mucho más peripatético de lo que pensaba, aunque fundador de la filosofía moderna— a proponer que no empleemos más que la intuición y la deducción, pues sólo con estos medios podremos obtener el conocimiento de las cosas sin temor a equivocarnos.[4]

Para Descartes la intuición consiste en "la concepción de un espíritu atento, tan clara y distinta que no le quede duda alguna acerca de lo que entiende, o, lo que es lo mismo, la concepción de un espíritu sano y atento, una concepción nacida a la luz de la sola razón, y que es tanto más cierta cuanto es más simple que la deducción misma".[5] La intuición cartesiana es, por tanto, una operación *racional* por medio de la cual ciertas verdades son presentadas de un modo total e inmediato. Estas proposiciones evidentes deben ser elegidas como axiomas.

Entre las proposiciones que "es necesario ver intuitivamente" Descartes menciona "2 + 2 = 4", "3 + 1= 4", y su consecuencia "2 + 2 = 3 + 1". Debemos comprender intuitivamente —esto es, sin análisis— que esta última proposición es una consecuencia necesaria de las dos anteriores,[6] y del principio general implicado aquí, "dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí"[7] (esto es, la transitividad de la igualdad).

Según Descartes, el hombre no tiene otra manera de alcanzar el conocimiento cierto de

la verdad que por medio de la intuición evidente y la demostración necesaria.[8] Este tipo de conocimiento es el único que debemos tratar de lograr; el conocimiento meramente probable o inseguro debe ser rechazado. "No debemos ocuparnos más que de los objetos acerca de los cuales nuestro espíritu es capaz de adquirir conocimiento cierto e indudable", escribe como repitiendo a Platón (427-347 a. C.) y su dicotomía de *episteme* (ciencia) y doxa (opinión).[9]

Nuevamente aquí, en el alba de la filosofía moderna, el fundamentalismo y el infalibilismo, la búsqueda de una *episteme* entendida como un conocimiento seguro basado en principios y datos inamovibles, conduce al intuicionismo, así como en otros casos ha llevado al empirismo sensista. Pero el intuicionismo cartesiano, como el aristotélico, es de un tipo moderado, puesto que concibe la intuición como una operación racional e insiste en que "sólo la inteligencia es capaz de concebir la verdad".[10]

Además, para Descartes, el fundamentalismo y el infalibilismo corren parejos en la lucha contra la escolástica, cuya meta no era precisamente ocuparse de objetos "respecto de los cuales nuestro espíritu es capaz de adquirir un conocimiento a la vez cierto e indudable". La defensa de "ideas claras y distintas" era un grito de guerra contra el oscurantismo y su verbosidad ininteligible y vacía. La revelación, la autoridad, la razón pura y la experiencia ordinaria habían sido desacreditadas por los escolásticos. La experiencia científica por un lado, y la intuición por el otro, debían ser valoradas por los nuevos pensadores.

Estamos aún lejos del intuicionismo antiintelectual contemporáneo de un Bergson, de un Scheler o de un Heidegger. Con todo, era ese mismo intuicionismo moderado, inherente al racionalismo clásico (Descartes, Spinoza, Leibniz), el que Kant desarrolló y que terminó, en el caso de la mayor parte de los irracionalistas románticos y contemporáneos —de Schelling a Heidegger—, devorando completamente a la razón.

Cualquier estudiante de matemática puede hoy refutar el intuicionismo ingenuo de Descartes, poniendo en tela de juicio el carácter intuitivo de las proposiciones que utiliza como ejemplos. Descartes no podía saber que la aritmética ordinaria es uno entre una infinidad de sistemas aritméticos concebibles, incluyendo, entre otros, el cálculo que se emplea para contar horas y medir ángulos, en el cual encontramos extrañas igualdades, como las siguientes: "12 + 1 = 1" y "360 + 1 = 1". En otros sistemas numéricos —por ejemplo, aquellos que aceptan únicamente los números negativos— una proposición tal como "2 + 2 = 4" no es siquiera significativa, puesto que estos números simplemente no

existen en tales contextos. Estas aritméticas no canónicas pueden no resultar "intuitivas" para quienes no estén habituados a ellas.

La transitividad de la igualdad era otra intuición cartesiana. Sin embargo, Piaget ha mostrado que la noción de transitividad se adquiere junto con la organización lógica del pensamiento, y está ausente en la esquematización prelógica o intuitiva que caracteriza los primeros años de vida. De acuerdo con Piaget, "en niveles intuitivos el sujeto se rehúsa a derivar de dos desigualdades verificadas perceptualmente, $A < B$ y $B < C$, la conclusión $A < C$".[11] Pero, desde luego, Descartes vivió en una época en que no predominaba el pensamiento genético y evolucionista.

Tampoco podía saber Descartes que la transitividad que invocaba es una propiedad de la igualdad formal, y no necesariamente de otros tipos de equivalencia, como la igualdad perceptual. En realidad, ocurre a menudo que nos hallamos en condiciones de discriminar diferencias entre dos objetos sensibles A y B, y también entre B y un tercero, C, y decimos "evidentemente A es igual a B y B es igual a C". Empero, puede ocurrir que distingamos entre A y C como resultado de la acumulación de diferencias imperceptibles entre A y B, y entre B y C, de modo tal que su suma sobrepasa al umbral perceptivo. Un ser dotado de una agudeza perceptual infinita podría no encontrar dos cosas materiales idénticas, de manera que el famoso axioma considerado por Descartes como intuitivamente válido ("Dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí") no sería utilizado por él fuera del campo de los conceptos. Pero no es necesario recurrir a esta ficción. El microscopio, que comenzó a emplearse ampliamente poco después que Descartes hubo escrito sus obras, mostró que muchas igualdades eran sólo aparentes.

Una vez reconocida la debilidad de la intuición sensible (la fuente de nuestros juicios de percepción), los peligros de los razonamientos abreviados y el carácter relativo de la verdad matemática, ¿cómo podríamos continuar creyendo en la existencia de la intuición cartesiana como fuente de certidumbre?

1.3. *La ciencia intuitiva de Spinoza*

Spinoza (1632-1677) distinguió más niveles en la actividad cognoscitiva que Descartes. Señaló un primer género de conocimiento (sea éste de objetos físicos individuales, sea de signos), la razón o segundo género de conocimiento, y un tercer género, la *scientia*

intuitiva: “Este género de conocimiento va de la idea adecuada de la esencia formal de ciertos atributos de Dios (Naturaleza) al conocimiento adecuado de la esencia de las cosas”.[12] La virtud suprema del alma “es comprender las cosas por medio del tercer género de conocimiento”.[13]

El ejemplo de conocimiento intuitivo que ofrece Spinoza es, nuevamente, de índole lógico-matemática. Aparecería en la solución del problema siguiente: dados tres enteros, hallar un cuarto que sea al tercero lo que el segundo es al primero. Generalmente recurrimos a una regla aprendida en el colegio, a saber, $a : b :: c : x, \therefore x = bc/a$. Pero, según Spinoza, si se trata de números simples, por ejemplo 1, 2 y 3, “nadie puede dejar de ver que el cuarto proporcional es 6, y tanto más claramente cuanto que de la propia relación —la cual vemos de inmediato— que el primero tiene con el segundo, concluimos el cuarto”.[14] ¿Cómo obtenemos esa conclusión? Multiplicando por 2, o recordando que dos veces 3 es 6 (puesto que la relación que aprehendemos es “el doble de”). Y esta operación es tan rápida para cualquier persona culta, que se presenta como un destello de intuición.

Observamos, pues, que la intuición de Spinoza no es otra cosa que una inferencia rápida, generalmente auxiliada por la vista de signos (marcas físicas) que representan a los conceptos implicados. Leibniz (1646-1716), el tercer gigante de la terna racionalista, no concibe de otro modo a la intuición. Sin embargo, ni Spinoza ni Leibniz hicieron frente a la paradoja de que la intuición, considerada por ellos como el tipo más alto de conocimiento, es insuficiente para establecer nuevos principios básicos de la matemática o la ciencia fáctica. (Leibniz hubiera replicado que los principios de la matemática son innatos. Pero la psicología genética ha refutado esta tesis innatista.)

1.4. *La intuición pura de Kant*

Kant (1724-1804) modifica la tricotomía de Spinoza referente a la actividad espiritual. Además de la intuición sensible (empírica) y el entendimiento, Kant introduce la intuición pura *(reine Anschauung)*. De los principios de esta sensibilidad *a priori*, supraempírica, se ocupa la estética trascendental, una disciplina que establece que “hay dos formas puras de la intuición sensible que sirven, como principios del conocimiento *a priori*, a saber, el espacio y el tiempo”.[15] “El espacio es una representación necesaria *a priori*,

que subyace a todas las intuiciones externas";[16] en particular, para percibir una cosa debemos estar en posesión de la noción *a priori* de espacio. Tampoco el tiempo es un concepto empírico, sino que consiste en la forma del sentido interno y "es una representación necesaria que está en la base de todas las intuiciones".[17]

Para Kant la intuición pura, sin el auxilio de los sentidos, y que, además, constituye la posibilidad misma de la experiencia sensorial, es la fuente de todos los juicios sintéticos *a priori*. Estos incluyen los juicios sintéticos de la geometría, que para Kant es la ciencia *a priori* del espacio físico, y la aritmética, a la que considera basada en la operación de contar, un proceso que se desarrolla en el tiempo. Si para Aristóteles, Descartes y Spinoza la intuición era un modo de conocer las verdades primeras, para Kant constituye la posibilidad de la experiencia externa. Pero su intuición intelectual (o razón intuitiva) no es la de sus predecesores, sino una oscura componente innata del espíritu humano.

Sabemos hoy qué es lo que queda del carácter *a priori*, necesario, absoluto y evidente que Kant asignaba a los axiomas de la matemática. Reconocemos que éstos son *a priori* —como lo han señalado los idealistas y lo han admitido algunos empiristas— pero no que son absolutamente necesarios, y menos todavía evidentes. Hay muchas geometrías, ninguna de las cuales es exigida lógicamente, puesto que todas son compatibles con uno y el mismo sistema de lógica. La historia de la ciencia nos muestra cuán laborioso, cuán alejado de una fácil aprehensión intuitiva ha sido el proceso de edificar los conceptos y teorías que el hombre ha inventado en los últimos milenios.

Las geometrías contemporáneas pueden ser clasificadas en cuatro especies: *a)* geometrías matemáticas, a la vez divisibles en abstractas (es decir, no interpretadas) y "concretas" (es decir, interpretadas en términos de puntos, líneas, superficies, etc.); *b)* geometrías físicas, verdaderas con diversos grados de aproximación (como las teorías relativistas del espacio-tiempo); *c)* geometrías perceptuales, es decir, teorías psicológicas de los espacios visual, auditivo, táctil y muscular; y *d)* geometrías filosóficas, esto es, teorías generales del espacio físico en tanto que red de relaciones entre cosas o eventos. Los psicólogos nos han enseñado que la geometría euclidiana —la única teoría geométrica que conocía Kant, aunque la geometría proyectiva había nacido cien años antes— no es la más natural desde el punto de vista psicologista adoptado por Kant. En realidad, el espacio visual —el espacio constituido por las relaciones entre los objetos de la visión normal— no es homogéneo ni isótropo, y parece poseer una curvatura variable; a veces positiva (geometría elíptica), otras negativa (geometría hiperbólica), y

ocasionalmente nula (geometría euclidiana).[18]

Sabemos hoy también que los juicios matemáticos, aunque *a priori*, son analíticos (aunque no tautológicos), en el sentido de que son justificables por medios puramente lógicos. Además, hemos aprendido a distinguir las infinitas geometrías matemáticas posibles de la geometría física que adoptamos en cada etapa de la investigación. En lo que atañe a los axiomas de la mayor parte de estas geometrías, se han tornado tan complejos que nadie podría considerarlos evidentes o suprarracionales. Sólo es evidente su falta de evidencia. Obsérvese la forma que toma el teorema de Pitágoras generalizado en la geometría de Riemann: $ds^2 = \Sigma\ g$ik dql dqk que, acotemos de paso, tiene en esta teoría el *status* lógico de un axioma.

La "facultad" por medio de la cual el hombre crea (o construye o produce) geometrías y otras teorías es la razón, apoyada sin duda, en algunos casos, por la intuición sensible, aunque no por alguna misteriosa intuición pura. Sin embargo, los productos de la razón no son todos evidentes y definitivos.

El tiempo kantiano tuvo una suerte similar. Consideramos ahora que la caracterización del tiempo como la forma *a priori* del sentimiento interno es una caracterización psicologista, y rechazamos la separación radical entre el tiempo y el espacio físicos. Las teorías relativistas nos han enseñado que los conceptos de espacio y tiempo físicos no son *a priori* ni independientes entre sí, ni tampoco son independientes de los conceptos de materia y de campo.

El infalibilismo es, desde luego, una de las fuentes del intuicionismo kantiano. Otras fuentes son el psicologismo y el correcto reconocimiento de que la experiencia sensible es insuficiente para construir categorías (v. gr. la categoría de espacio). En vez de suponer que el hombre construye conceptos que le permiten comprender la experiencia bruta que él (como otros animales) tiene, sin tales *entia rationis*, Kant sostiene dogmáticamente (y como sabemos hoy, en oposición a la psicología animal y la psicología de la niñez contemporánea) que "la experiencia externa es posible sólo por la representación que ha sido pensada".[19]

De todas las contribuciones de Kant, su idea de la intuición pura ha resultado la menos valiosa, pero, infortunadamente, no la que ha tenido menos influencia posterior.

2. EL INTUICIONISMO CONTEMPORÁNEO

2.1. *Introducción*

Si las intuiciones cartesiana y spinoziana son formas o especies de la razón, la intuición kantiana *trasciende* la razón, y es por ello que constituye el germen del intuicionismo contemporáneo, que a su vez es la puerta de entrada al irracionalismo. Indudablemente hay diferencias importantes. Mientras que Kant admitía el valor de la experiencia sensible y de la razón, a la que consideraba insuficiente pero no impotente, los intuicionistas contemporáneos tienden a denigrar a ambas. Mientras que Kant cayó en el intuicionismo porque advirtió la limitación de la sensibilidad y las exageraciones del racionalismo tradicional, y porque concibió equivocadamente la naturaleza de la matemática, hoy los intuicionistas no intentan resolver un solo *problema* serio con la ayuda de la intuición o de sus conceptos. Por el contrario, procuran eliminar los problemas intelectuales, cercenar la razón y la experiencia planificada, y combatir el racionalismo, el empirismo y el materialismo.

Esta vertiente antiintelectualista del intuicio-nismo surgió durante el período romántico (aproximadamente, la primera mitad del siglo diecinueve) directamente de la simiente kantiana, pero no ejerció una influencia sustancial hasta las postrimerías de ese siglo, cuando dejó de ser una enfermedad de profesores aislados para convertirse en un mal de la cultura.

2.2. *La "Verstehen" de Dilthey*

Wilhelm Dilthey (1833-1911) es un típico representante de la reacción intuicionista contra la ciencia, la lógica, el racionalismo, el empirismo y el materialismo. En su *Introducción a las ciencias del espíritu* (1833) este erudito sostiene que la meta de las ciencias del espíritu (*Geisteswissenschaften*) debe ser la aprehensión de lo singular y lo total, y que tal aprehensión se obtiene en la experiencia vital (*Erlebnis*) solamente, y nunca como teoría.

La historia, cuya finalidad es primordialmente la presentación literaria de los hechos

únicos del pasado, requiere una "sensibilidad simpática" (*Mitempfindung*),[20] así como la generalización —que es impropia de las ciencias del espíritu— demanda un esfuerzo racional. La psicología, manda Dilthey, debe ser concebida como una ciencia del espíritu y no como ciencia natural, como lo habían hecho los psicofísicos. Más aún, la psicología debe permanecer dentro de los límites de una disciplina descriptiva que afirma y "comprende" hechos, en oposición a la psicología explicativa (*erklärende*), que "trata de deducir toda la vida espiritual de ciertas hipótesis".[21] Sólo esa psicología de la "comprensión" (*Verstehen*), basada en la semejanza entre las experiencias de los demás y las nuestras, puede proporcionar un fundamento seguro para las ciencias del espíritu. La psicología ordinaria no hace otra cosa que acumular hipótesis sobre hipótesis.[22]

Nótese que también aquí la meta es el logro de una "certeza científica", alcanzar la "evidencia en el pensamiento".[23] Con este fin debemos restringirnos a formular juicios individuales en el campo de las ciencias del hombre, en las que no "la mera fuerza de la inteligencia" sino "el poder de la vida personal" da los mejores frutos.[24] (Infortunadamente, Dilthey no explica cuál es el significado de "el poder de la vida personal".) En otras palabras, no debe buscarse ninguna generalización, por ejemplo el enunciado de una ley, en relación con el comportamiento individual o social del hombre. Tal es el estéril fruto —para continuar con la analogía frutal— del infalibilismo.

Está claro que la exigencia de "comprensión" no es una exigencia científica. La ciencia, a pesar de los esfuerzos de algunos metacientíficos, no trata de reducir lo nuevo y extraño a lo viejo y familiar; no se propone "comprender" lo no vulgar en términos de sentido común. Por el contrario, la ciencia construye conceptos y sistemas teóricos que, por trascender la experiencia ordinaria y el sentido común, nos permiten unificar, explicar y predecir —dicho más brevemente, nos permiten dar cuenta de— todo aquello que, en el nivel del sentido común, aparece como radicalmente diverso, misterioso —aunque obvio en ocasiones— e impredecible. La ciencia, especialmente la psicología, lejos de tratar de "comprender" la realidad en términos del conocimiento ordinario, la explica en términos de leyes que describen las relaciones existentes entre conceptos cada vez más abstractos y refinados. La mayor parte de estos conceptos no se encuentran en el pensamiento presistemático o intuitivo; basta recordar la explicación del azul del cielo por la física molecular, o la explicación de las neurosis por la teoría del aprendizaje.

Para la ciencia, el sentido común es un punto de partida y un problema. Los datos sensibles y los juicios ordinarios constituyen la materia prima que la ciencia elabora,

trasciende y explica (y como resultado de ello, a menudo elimina). El tipo de comprensión ofrecido por la escuela "humanista" en las ciencias del hombre, tal como las explicaciones religiosas y del sentido común, consiste en ejemplos y metáforas, casos individuales y parábolas. Su objetivo es hacer familiar lo desconocido, remoto, no familiar y complejo, en términos de lo conocido, inmediato, familiar y simple. La ciencia, lejos de pretender semejante trivialización de problemas y explicaciones, procura explicar lo familiar pero aún no explicado en términos de conceptos y proposiciones no familiares pero comprensibles.[25]

A pesar de la esterilidad del "método" de la *Verstehen*, las opiniones de Dilthey tuvieron algún eco, probablemente a raíz de que la marea de odio a la razón estaba en ascenso en Europa por aquel tiempo. El "método" de la *Verstehen* (comprensión) fue elogiado por Max Weber, uno de los fundadores de la sociología moderna. (Sin embargo, puede mostrarse que Weber no utilizó dicho "método" en su obra científica: en ésta empleó datos, hizo conjeturas, y las evaluó al modo en que se procede en las ciencias naturales.) Además, el movimiento de las *Geisteswissenschaften*, y, particularmente, la campaña a favor de esa misteriosa empatía o comprensión simpática (*Einfühlung*, *Mitempfindung*), fueron utilizados por la seudociencia y la semiciencia. Por ejemplo, Freud, Adler y Jung sostenían que la empatía es el modo más alto de conocimiento. Y la Alemania nazi —que, como California, fue increíblemente fértil en seudo -ciencias—, acogió con beneplácito la oposición de Dilthey a la ciencia, a la "escuela anglo-francesa" (positivista y analítica) y a los "dogmas liberales", así como su exaltación de la totalidad, la vida y el Estado.

2.3. *La "intuición metafísica" de Bergson*

Bergson, Husserl y William James fueron representantes del intuicionismo filosófico muchísimo más refinados e interesantes. Pero el intuicionismo activista y utilitarista de James (1842-1910), tan diferente por su dinamismo del intuicionismo contemplativo de Husserl, deriva en gran parte del intuicionismo bergsoniano, de modo que podemos omitirlo en esta rápida ojeada.[26] (Lo más interesante de James son quizá sus críticas a la psicología de su tiempo y su ontología radicalmente empirista, así como su diáfano estilo.)

Para Bergson (1859-1941) la intuición es "aquel tipo de *simpatía intelectual* por medio de la cual uno es transportado hacia el interior de un objeto para coincidir con lo que éste tiene de único y, por consiguiente, de inefable".[27] La intuición nos permite aprehender todo lo que permanece exterior a la inteligencia: el movimiento, el cambio en general, la vida, el espíritu, la historia y, sobre todo, "lo absoluto", que, por supuesto, es aquello que no es relativo. La intuición no es otra cosa que una forma altamente desarrollada del instinto. Es superior a la razón en cuanto se expresa de un modo hipotético.[28] ¿Cómo podríamos dudar de que el instinto es superior a la razón, si aquél puede afirmar decididamente (y aun gritar), "*q*", mientras que esta última sólo se atreve a enunciar "*q* a condición de que *p*", es decir, "si *p* entonces *q*"?

La inteligencia, según Bergson, da cuenta con propiedad de lo "sólido inorgánico" únicamente y, en general, está hecha con el propósito de ocuparse de la materia inanimada. Sólo el instinto nos conduce al interior de la vida, para apresar el *élan* (una reedición del *pneuma* griego) único y universal que todo lo mueve y alienta. La inteligencia, que sólo puede representarse claramente con lo discontinuo, estático y viejo, es incapaz de apresar la continuidad, el movimiento y la novedad, que sólo el instinto reconoce.

La función del intelecto es más bien práctica que teórica, y, siendo un instrumento para la acción, permanece en la superficie de las cosas sin revelar su naturaleza. La intuición, por el contrario, es "el instinto que se ha hecho desinteresado y, consciente de sí mismo, puede reflejarse en su objeto y es capaz de ampliarlo ilimitadamente".[29]

Lo que nos es dado intuitivamente, dice Bergson, puede ser expresado de dos maneras distintas: por la imagen o por el concepto. El desarrollo de la intuición es conceptual, pero el núcleo de todo sistema de ideas, por ejemplo, un sistema filosófico, es una intuición original que debe ser aprehendida.[30] En consecuencia, la filosofía es, para Bergson, lo opuesto al análisis; no procura descomponer, separar y discriminar (ésta es la tarea servil de la inteligencia, esencialmente superficial). La tarea propia de la filosofía es remontarse a la simplicidad original engendrada por la intuición. Este cometido es llevado a cabo por la metafísica de una manera directa, sin los símbolos que caracterizan al pensamiento conceptual.[31]

La intuición de Bergson no es conocimiento propiamente dicho, y él mismo reconoce que es nebulosa. Nada sería sin las incitaciones de la inteligencia; sin la inteligencia, la

intuición quedaría en puro instinto, que se concentra en lo singular en movimiento.[32] Pero la intuición toma las cosas desde adentro —como quería Hegel que hiciese la razón — y produce una certidumbre que la razón es por completo incapaz de alcanzar. La búsqueda de la certidumbre y de los fundamentos últimos es, nuevamente, la fuente principal del intuicionismo.

Bergson enumera con prolijidad lo que él considera limitaciones de la razón, pero no le preocupa probar su tesis de que la intuición es un modo de conocimiento superior a la razón. Entre las pocas ilustraciones de la fertilidad de la intuición que ofrece, menciona la segunda ley de la termodinámica, de la cual conoce una formulación en lenguaje corriente. (La ley de la entropía creciente era muy popular en la época de Bergson.) El ejemplo no estuvo bien elegido. La ley en cuestión requirió una gran cantidad de trabajo racional y empírico; sus diversas formulaciones son difíciles de entender sin el auxilio de experimentos y fórmulas y es pasible de muchas interpretaciones diferentes. En pocas palabras, está lejos de ser intuitiva y evidente. El segundo postulado de la termodinámica ha sido formulado de varias maneras, más o menos antropomórficas; por ejemplo: "La energía se degrada progresivamente", "Todo se deteriora con el tiempo", "El universo se está consumiendo" y "El destino final del universo es la muerte térmica". Pero sin duda no puede reprocharse a la ciencia que algunas de sus vulgarizaciones sirvan de forraje para filósofos anticientíficos.

Por otra parte, ¿no se contradice Bergson cuando afirma que la función del intelecto no es teórica sino práctica? ¿No son las teorías sistemas conceptuales? ¿No son las teorías, como la termodinámica y la genética, obras de la razón y la experiencia, guiadas por hipótesis? ¿No se caracterizan las teorías científicas, en contraste con las representaciones, por una vaguedad mínima? No cabe duda de que la razón pura aislada es insuficiente para construir teorías científicas; la información empírica y las diversas formas de intuición genuina —con excepción de las intuiciones metafísica, esencial y mística— son ingredientes esenciales en el proceso de construcción teórica. Pero la intuición es, en este caso, o bien una forma de la razón o bien herramienta suya (véase el capítulo III). Más aún, no tiene lugar en la exposición final de la teoría.

Resulta extraño que Bergson haya afirmado que el intelecto es incapaz de apresar incluso el tipo más simple de cambio, esto es, el movimiento mecánico. ¿No se ocupa la ciencia natural, y particularmente la física, del cambio? El fundamento de tan notable creencia, compartida por James, parece ser que el pensamiento conceptual no puede

aprehender el devenir porque los conceptos son estáticos y aislados entre sí. Este argumento, que fuera empleado por Hegel (1770-1831) contra la lógica formal, ignora el hecho de que la ciencia crea, no solamente conceptos de clases invariables, sino también variables (v. gr. "velocidad de reacción", "ritmo de crecimiento", "aceleración") capaces de describir aspectos cambiantes de la experiencia. El argumento ignora también el hecho de que toda proposición *relaciona* conceptos, de modo que estos últimos nunca son apilados como ladrillos aislados.

El cálculo diferencial e integral fue inventado en parte con el fin de elucidar de una manera exacta los conceptos toscos (preanalíticos, intuitivos) de velocidad instantánea y aceleración; de ese modo se lograron conceptos (funciones numéricas) que pudieron representar adecuadamente el estado instantáneo y la evolución de sistemas materiales de cualquier tipo. (Ello no significa, por supuesto, que dicho cálculo sea "la matemática del cambio", como se ha dicho con tanta frecuencia. Toda teoría del cambio material es una teoría fáctica y no formal, y si en ella aparecen fórmulas matemáticas, ello ocurre junto con ciertas reglas de designación y postulados interpretativos que especifican el significado de los símbolos. Por ejemplo, la fórmula "$v = ds / dt$" no entra en la física hasta que se haya especificado los significados de las variables "s" y "t", lo que puede hacerse de un número ilimitado de maneras diferentes. Por ejemplo, "s" puede denotar distancia, volumen, concentración, carga, etc., y "t" puede representar tiempo, posición angular, etc.)

La mayor parte de las variables de la física, la química, la fisiología y la psicología son continuas, a pesar de la creencia de Bergson de que las ciencias de la materia no apresan la continuidad. Estamos tan habituados a la continuidad que, cuando se propuso por primera vez la mecánica cuántica, algunos científicos conservadores la rechazaron, porque permitía ciertas discontinuidades, y sostenían que tales saltos no eran "intuitivos". (Incluso Schroedinger, uno de los iniciadores de la teoría cuántica, prefería hablar de cambios de frecuencia, sin especificar de qué eran frecuencia, y Planck dedicó la mitad de su vida a intentar explicar la cuantificación en términos de movimientos mecánicos continuos.) Hilbert, el formalista, creía que la continuidad es intuitiva; Brouwer, el intuicionista matemático, piensa que lo que es intuitivamente dado es la sucesión de unidades discretas. ¿Hay algún tribunal último para decidir qué concepto es *inherentemente* el más intuitivo? ¿O la cuestión misma carece de sentido, y la intuitividad es relativa al sujeto y su experiencia?

En cuanto a la novedad cualitativa, respecto de la cual Bergson y los emergentistas sostenían que es racionalmente inexplicable, ¿no dan cuenta de ella la física nuclear, la química, la teoría de la evolución, la psicología, la sociología y otras ciencias? Es cierto que pueden encontrarse científicos y metacientíficos que, en nombre de la unidad de la ciencia, rechazarán la emergencia de novedades radicales, pero la demostración de que lo nuevo es *reductible* a lo viejo es siempre una trampa: consiste en mostrar que lo nuevo puede ser *explicado* como producto de lo viejo.

Ningún químico cree seriamente que el agua está de alguna manera contenida en el oxígeno y el hidrógeno separadamente, o que las propiedades del agua son meramente aparentes y que sólo las de sus constituyentes son reales (salvo que en determinado momento trate de defender una cosmología mecanicista anacrónica o una teoría inadecuada de la explicación científica, como la de la reducción de lo no familiar a lo familiar). Ningún biólogo niega la emergencia de nuevos rasgos en el curso de la evolución; por el contrario, su problema consiste en dar una explicación legal de una multitud de variedades y cambios. Los científicos procuran elaborar explicaciones racionales y comprobables de la emergencia de la novedad; que tales explicaciones resulten misteriosas para quienes no se preocupan por estudiarlas no es un signo de la impotencia de la razón.

La crítica que hizo Bergson de la inteligencia habría sido oportuna si ella hubiese concernido a la ciencia medieval, pero, tal como fue formulada, llegó cuatro siglos tarde. Lo más grave es que el remedio que ofreció no era mejor que la enfermedad. Bergson no nos recomendó que desarrollásemos nuestra inteligencia, sino, por el contrario, sugirió que la supeditásemos a una "facultad" carente de aquellos poderes de la sistematización lógica y de la crítica fundada que caracterizan a la cultura moderna.

2.4. *La "Wesensschau" de Husserl*

En sus *Ideas* (1913), obra que influyó en los países de habla alemana, en Latinoamérica y en la Francia posterior a la ocupación alemana, Husserl (1859-1938) revivió el esencialismo platónico y aristotélico que procura hallar la esencia inmutable de las cosas más allá de sus propiedades y leyes. Husserl sostiene, además, que dicha esencia o *eidos* es dada por una facultad especial, a saber, la intuición intelectual (pero no

racional) a la que él denomina "visión de esencias" (*Wesensschau*).

La intuición empírica o individual y la intuición esencial o universal (puesto que se supone que aprehende la universalidad) son las fuentes de la justificación última de todo juicio,[33] aun en el caso de que la intuición originaria no sea totalmente adecuada, circunstancia en la cual requerirá ciertas transformaciones. Estas operaciones, la reducción fenomenológica o *epojé*, la "variación eidética", etc., son como otros tantos ritos de purificación que nos recuerdan a los actos preliminares por medio de los cuales Bacon (1561-1626) quería liberarnos de los *idola* antes de desposarnos con esa casta y vieja dama, la Observación. También los ritos fenomenológicos pretenden eliminar de nuestras mentes la carga de las presuposiciones.

El conocimiento de las esencias o conocimiento eidético es independiente del conocimiento fáctico, aun cuando se ocupe de la esencia de objetos materiales. Más aún, no presupone la existencia real del objeto, que debe ser suspendida o "puesta entre paréntesis". Esta operación es indispensable a los efectos de proteger a la fenomenología de la refutación empírica. Puesto que las verdades eidéticas no afirman nada acerca de los hechos, ninguna verdad de hecho puede ser deducida de ellas y, en consecuencia, tales "verdades" no pueden ser confirmadas o disconfirmadas mediante la investigación empírica.[34] La fenomenología, aunque se refiere al mundo, está por encima del mundo.

Por consiguiente, los juicios eidéticos, los productos de la visión de esencias o intuición eidética, son juicios sintéticos *a priori*, que tienen, sobre los kantianos, la clara ventaja de ser totalmente irrelevantes respecto de la experiencia y casi por completo ininteligibles. Son considerados verdaderos independientemente de la experiencia ordinaria. Como explica Scheler, "las esencias y sus conexiones son 'dadas' antes de cualquier experiencia de este tipo [la experiencia ordinaria], es decir, son dadas *a priori*; en cambio, las proposiciones que hallan su cumplimiento en ellas son 'verdaderas' *a priori*".[35]

"Aquello que es intuitivo como esencial o como conexión entre tales esencias no puede, en consecuencia, ser anulado por la observación ni por la inducción, y no puede ser mejorado o perfeccionado".[36] Las verdades de la fenomenología son, en oposición a las verdades de la ciencia, definitivas.

La fenomenología ofrece, pues, los medios para satisfacer los requerimientos del fundamentalismo y el infalibilismo. Por un lado, la reducción a la conciencia pura opera como medio para acceder a la raíz de las cosas, tornando posible, tanto un "retorno a las cosas mismas", como un "comienzo absoluto". Por el otro, la *Wesensschau* origina las

reine Wesenswissenschaften (ciencias puras de la esencia) o ciencias eidéticas que supuestamente exhiben las leyes de la esencia (*Wesensgesetze*) y sirven como fundamento inamovible de las ciencias positivas o empíricas, aunque los científicos parezcan no haberse percatado de ello.

Está claro que el infalibilismo, la búsqueda de lo que Husserl denomina "evidencia apodíctica", y el fundamentalismo son fuentes del intuicionismo fenomenológico. "La ciencia genuina y la genuina carencia de prejuicios que la caracteriza requieren, como base *(Unterlage)* de todas las demostraciones, juicios inmediatamente válidos como tales, o que deriven directamente su validez de intuiciones originarias *(originär gebenden)*."[37] Las intuiciones adecuadas son completamente *indudables*; ellas tienen, según Husserl, el mismo carácter apodíctico que los juicios de la ciencia.[38] La certeza que el empirista radical asigna a los enunciados protocolarios u observacionales, y que el racionalista tradicional encuentra en las ideas innatas o en los principios inmutables de la razón, es atribuida por Husserl a una intuición que "ve las cosas mismas", que aprehende las esencias inmutables sin detenerse en pormenores fastidiosos tales como la existencia o la corroboración empírica.

La fenomenología no excluye la duda en general, pero la confina a los datos de la experiencia y a las ciencias empíricas, que pueden darse el lujo de ser inciertas puesto que constituyen asuntos secundarios. Por otra parte, no puede dudarse de la intuición de esencias, aunque Husserl no ofrece ejemplos que muestren la real *existencia* de esa facultad de aprehensión *a priori*, extraempírica y suprarracional de esencias; tampoco prueba que haya esencias *más allá* de las propiedades y relaciones que estudia la ciencia, es decir, en algún reino platónico de Ideas eternas.

Es igualmente incierta la afirmación de Husserl de que las "ciencias eidéticas" —a las que menciona como posibles, pero que no se preocupa por construir— hayan sido realmente el fundamento de una sola ciencia de hechos.[39] No podría argüirse que tal es el caso de la lógica y la matemática (que son ciencias eidéticas, según Husserl). En primer lugar, estas disciplinas existen independientemente de la fenomenología y se han desarrollado en una dirección opuesta a los deseos de Husserl. (Puede recordarse que Husserl ridiculizó la tentativa de Frege de basar la matemática en la lógica[40] y que permaneció completamente fuera del movimiento de renovación de la lógica, en el que tomaron parte Frege, Peano, Whitehead y Russell.)

En segundo lugar, la lógica y la matemática son instrumentos y no *"bases"* de la

ciencia fáctica. Quizás en algún sentido sea cierto que, en un momento dado, un dato empírico forma parte de la "base" de la ciencia (es decir, mientras no sea corregido); pero decir que la ciencia formal, que proporciona *formas* ideales, constituye la base de las ciencias fácticas, es como decir que la gramática es la base de la poesía, o que la industria de los pinceles es la base de la pintura. En tercer lugar, la ciencia formal no se ocupa de esencias en el sentido de Husserl. Ningún matemático se pregunta cuál es la esencia del círculo o de la integral de Riemann, y algunas ramas de la matemática —sus teorías abstractas— no especifican siquiera la naturaleza de sus objetos.

Aclaremos este último punto, que es importante para una apreciación del esencialismo. En el álgebra abstracta, por ejemplo, uno no pregunta necesariamente *qué* son las entidades A y B que satisfacen la fórmula "AB + BA = O". Nadie tratará de hallar la "esencia" de A y B fuera de la relación o ley "AB + BA = O" que los especifica de manera ambigua. Lo esencial, tanto en álgebra como en física, es la *ley* misma, que puede ser satisfecha (si es universal) por una infinidad de entidades. Esta ley no surge de alguna visión de esencias, sino que la construye el matemático de una manera que no es necesaria —como debería ocurrir si fuese verdad que, una vez apresada la esencia de una expresión, se hace evidente que la proposición es necesaria (tal como lo sostiene la fenomenología). Sólo son necesarias las *pruebas* lógicas y matemáticas, en el sentido de que, si no se ajustan a ciertas pautas, son inválidas; pero los axiomas de la ciencia formal no son lógicamente necesarios.

La ciencia moderna ha abandonado el esencialismo de Platón y Aristóteles. No trata de hallar esencias concebidas como entes y, menos aún, como entes que trasciendan a los objetos mismos. En cambio, la ciencia es capaz de inventar y descubrir leyes que son esenciales en algún respecto o en algún contexto, aunque en algún otro respecto o contexto deban ser consideradas como derivadas.

Sería interesante que los fenomenólogos pudiesen mostrar que, aparte de las leyes esenciales, es posible señalar esencias puras y aisladas, y además, esencias aprehendidas por la visión interior de esencias. Infortunadamente, sus escritos son típicamente dogmáticos y estériles, además de ser lo suficientemente divergentes por parte de los discípulos que, desde Scheler y Heidegger, hasta Sartre y Merleau-Ponty, no comparten más que la oscuridad.[41]

Como señaló el matemático Von Mises en cierta oportunidad, Husserl construyó un método para ver cosas, pero no vio nada con él.[42]

2.5. *Intuiciones de valores y normas*

Ocupémonos finalmente del intuicionismo axiológico y ético defendido por sir David Ross (1877-1971), por semifenomenólogos como Max Scheler (1874-1928) y Nicolai Hartmann (1882-1950), y por empiristas como George Edward Moore (1873-1958).

De acuerdo con estos filósofos, el bien y el mal, y también nuestras obligaciones, son conocidos directamente, y además no son analizables. Las proposiciones básicas de la ética y de la teoría de los valores son intuibles (por todos o por los privilegiados), indemostrables e irrefutables por la experiencia. Así, Scheler sostenía que existe una intuición emocional que capta esencias irracionales (valores),[43] y Moore afirmaba que "bueno", considerado por él como el concepto nuclear de la ética, es indefinible y que nada salvo la intuición, nos puede decir qué cosas o cualidades son buenas.[44]

El intuicionismo ético y axiológico, básicamente absolutista, antinaturalista y antianalítico, se niega a explicar y elucidar (por ejemplo, en términos psicológicos, sociológicos o históricos) las palabras, las normas y los juicios éticos, y también los juicios de valor, y niega la posibilidad de justificarlos o de ofrecer una fundamentación para ellos, sea empírica o racional. Por consiguiente, erige una irreductible dualidad entre los hechos y los valores, entre la naturaleza y la sociedad, entre las necesidades, los deseos y los ideales, por un lado, y las pautas de la conducta moral, por el otro. Semejante dualismo excluye todo intento de explicar, fundamentar y corregir, sobre la base de la experiencia y la razón, las actitudes valorativas y las pautas morales.[45] Abandona el comportamiento humano en brazos del impulso irracional del individuo o de la voluntad del "iluminado" que se atribuye a sí mismo la posesión de una peculiar "intuición de valores" o "intuición de normas". De este modo, el intuicionismo ético y axiológico favorecen al autoritarismo, conspicua sombra del intuicionismo.[46]

Los naturalistas y los racionalistas, en cambio, tienden a sostener que los seres humanos tienen derecho a saber *por qué* el trabajo es bueno y la guerra es mala, y qué *justifica* una regla tal como "Esclarece a tu prójimo". Un objetivo tal puede lograrse por medio de un *análisis* de los juicios de valor y de las normas y es capaz de ser emprendido a pesar de que Moore haya acusado a esos análisis de incurrir en lo que él denominaba la "falacia naturalista". Un análisis del valor mostrará que, lejos de ser absoluto, es relativo. Todo lo que sea valioso (o disvalioso) en cierto grado, lo es en determinado aspecto (v. gr. culturalmente), en alguna unidad social (v. gr. una persona

dada), en ciertas circunstancias (v. gr. en la vida ordinaria) y en relación con cierto conjunto de *desiderata*. A su vez, los propios *desiderata*, tanto como las normas o las pautas de comportamiento deseables, pueden ser justificados a la vez pragmáticamente (por sus resultados) y teóricamente: por su compatibilidad con las leyes de la naturaleza y de la sociedad, y por su coherencia con ulteriores *desiderata* y normas, algunos de los cuales, desde luego, deben ser elegidos como principios.[47]

Toda tentativa semejante de construir la axiología y la ética con ayuda del análisis y de la ciencia, de incorporar dentro de ellas la naturaleza, la experiencia y la razón, y de purgarlas de misterio y de dogma, es, por supuesto, rechazada por el intuicionismo.

3. BALANCE

Hemos discutido brevemente algunos ejemplos típicos del intuicionismo filosófico. Hagamos ahora un balance de lo expuesto.

1) *La existencia de las intuiciones de los intuicionistas no ha sido demostrada.* La intuición intelectual de Descartes, Leibniz y Spinoza no es más que una inferencia rápida, a tal punto que por lo común no se advierte su carácter de mediata y aprendida. En cuanto a la intuición pura de Kant, resultó ser una errónea mezcla de razón y conciencia de la experiencia interna, y los productos que su inventor le atribuía son incompatibles con las ciencias, tanto formales como empíricas, tal como se desarrollaron después de él.

Las intuiciones de Dilthey, Bergson, Husserl, Scheler y otros neorrománticos —tan estrechamente ligados a la “participación” pitagórica y la “simpatía” hermética— no han conducido siquiera a errores fructíferos. No nos han proporcionado más que la vieja y frustrada pretensión de limitar el alcance de la experiencia y la razón; no nos han puesto en condiciones de lograr una comprensión más profunda de la historia, o de la vida, ni de ninguna propiedad o ley esenciales de ninguna clase de objetos. ¿Cómo podrían hacerlo si el conocimiento propiamente dicho es conceptual y sistemático? Como lo señaló Schlick, la intuición, si es sensible, *da* el objeto pero no lo aprehende conceptualmente, de modo que la locución “conocimiento intuitivo” es una contradicción en los términos.[48] El vivir y ver pueden proporcionarnos alguna familiaridad con las cosas, pero nunca una comprensión de las mismas. En cuanto a la intuición filosófica, no cabe duda de que es estéril, puesto que no existe.

Resumiendo, las numerosas declaraciones acerca del poder de la intuición y de la miseria de la razón no han sido probadas; son casos típicos de dogmatismo.

2) *Desde el punto de vista lógico, el intuicionismo es un producto del fundamentalismo y el infalibilismo, ambos insostenibles.* La búsqueda de fundamentos inamovibles, de verdades ciertas y evidentes, no podía dejar de sugerir la existencia de un modo extraordinario de conocer cierto tipo de revelación natural independiente, tanto de la experiencia externa como de la razón, puesto que éstas son falibles y jamás establecen “fundamentos” absolutos y eternos.

Infortunadamente para el intuicionismo, no existe el *explicandum* que trata de caracterizar. No hay premisas básicas en un sentido absoluto; sólo hay *hipótesis* y

convenciones que funcionan como axiomas, o postulados, en ciertos sistemas teóricos, es decir, que son *relativas* a las otras proposiciones. Por lo general, tales axiomas no son evidentes, sino que son el resultado de una ardua tarea en busca de una estructuración lúcida y económica de un cuerpo de conocimiento.

Además, la "verdadera ciencia" ya no se define como un conocimiento cierto e indudable *(episteme)*, opuesto a la opinión incierta y cambiante *(doxa)*. El conocimiento científico es opinión justificable, opinión fundada —pero siempre opinión. Si se trata de un conocimiento seguro, entonces no se refiere a los hechos sino a la forma; y si se refiere a la realidad, es inseguro, corregible, perfectible.[49]

En otras palabras, aunque hay certidumbre en gran parte de la ciencia formal, no hay prácticamente ninguna en la ciencia empírica. En cuestiones de hecho debemos contentarnos con la *certidumbre práctica*, el tipo de certidumbre que adoptamos cuando no podemos lograr o no necesitamos una precisión mayor que un valor determinado. La búsqueda de una certidumbre definitiva y tranquilizadora —tan intensamente anhelada por los espíritus débiles—ha sido reemplazada por la minimización del error, que es más fácil de descubrir que la verdad.[50] Una de las técnicas que se utiliza para lograr dicha minimización del error es la paulatina *eliminación*, o bien *elucidación*, de los términos intuitivos, no como una operación preliminar de purificación, sino como un proceso sin fin de dilucidación (véase cap. III, *"Intuitivo"* versus *"sistemático"*). Los espíritus orientados científicamente se tranquilizan en una fundada confianza en el progreso del conocimiento; en casos de emergencia pueden encontrar esa tranquilidad en ciertas píldoras.

Nadie, salvo los filosóficamente inmaduros o ingenuos, cree hoy en la posibilidad de una aprehensión total e inmediata de la verdad. Todos sabemos que la aventura del conocimiento es riesgosa y no tiene término, que salta de fracaso en fracaso, aunque la magnitud de cada fracaso es con frecuencia menor que la del precedente. O sea, a menudo las etapas sucesivas de una investigación constituyen una sucesión convergente, o de errores decrecientes. También sabemos que no hay fundamento último ni certeza final; que ninguna intuición o experiencia es tan segura que pueda eludir la crítica racional; que las ciencias no tienen una fundamentación última, sino que se apoyan y modifican entre sí cambiando constantemente sus puntos de partida; y que en el campo del conocimiento no hay relaciones de fundamentación absoluta, sino de precedencia lógica relativa. Somos *revisionistas* y no fundamentalistas, *falibilistas* y no infalibilistas.

Incluso los intuicionistas están comenzando a dudar de la infalibilidad de la intuición.[51]

3) *Desde un punto de vista psicológico, el intuicionismo es producto de una confusión.* Exagerando algo, podríamos decir que el intuicionismo es el producto de una equivocación lingüística: resulta de confundir la certeza *psicológica* o evidencia (que se supone caracteriza a las intuiciones) con la prueba rigurosa. Esta última, una vez comprendida y sintetizada, produce en nosotros una sensación de evidencia, tanto que a menudo no nos explicamos cómo no lo hemos "visto" antes. Pero la recíproca no es verdadera: la certeza psicológica no garantiza la validez lógica o la convalidación empírica.

En la vida diaria a menudo confundimos la evidencia, entendida como una comprensión y una credibilidad máximas, con la verdad. Una madre rara vez se equivoca cuando, señalando a un niño dice: "Éste es mi hijo". La verdad y la evidencia parecen ser una y la misma cosa en el caso del conocimiento "directo", en la medida en que tal conocimiento exista. Pero en las cuestiones científicas ocurre generalmente que las verdades más profundas son "evidentes", si lo son en algún caso, sólo para quienes las han aprendido trabajosamente o las han aplicado con frecuencia, o —mejor aún— sólo para sus autores o para quienes las han reconstruido por sí mismos. La evidencia es por lo común una característica del hábito, y, por tanto, una señal de peligro, puesto que, peligrosamente, no tendemos a cuestionar o analizar aquello a lo que estamos habituados.

4) *El intuicionismo filosófico es una variedad del dogmatismo y conduce al autoritarismo.* Puesto que no todo el mundo puede apresar las verdades básicas y las esencias, el supuesto portador de la habilidad de la intuición suprarracional debe ser una persona cuya palabra debería ser reverenciada. Sus intuiciones son infalibles y, por consecuencia, indiscutibles.

Hay otra consecuencia, igualmente posible, que no parece haber sido extraída aún, a saber, el anarquismo intuicionista. Esta consecuencia se basa en el siguiente argumento: si una intuición es tan buena como cualquier otra, entonces no es corregible por ninguna otra intuición; por consiguiente, todo conocimiento es personal o privado, de lo que resulta una pluralidad de teorías e incluso de concepciones del mundo. No hay posibilidad alguna de elección entre ellas porque son igualmente valiosas, aunque sean mutuamente incompatibles.[52]

Tanto en el autoritarismo colectivo, como en el individual, se afirma el dogmatismo y se rechaza la verdad objetiva; en un caso y en el otro, queda de lado la posibilidad de la

empresa colectiva de obtener y perfeccionar el conocimiento.

Puede sostenerse con razón que el empirismo radical, por ejemplo, el sensismo, y el racionalismo clásico y apriorístico, son igualmente dogmáticos y autoritarios en cuanto establecen la existencia de "fuentes últimas", completamente confiables e incorregibles, del conocimiento. Pero por lo menos la experiencia sensible y la razón *existen*, aunque no se encuentren aisladas una de otra en los animales superiores. Pero ¿qué podríamos decir de una facultad inexistente, una intuición que no es sensible ni racional y que se la estima capaz de conseguir lo inconseguible, esto es, fundamentos seguros?

5) *El intuicionismo lleva al irracionalismo.* Se afirma primero la existencia y la excelencia de una actividad independiente de la razón y superior a ella, y finalmente la razón resulta denigrada. Esta degeneración del intuicionismo en irracionalismo, antiintelectualismo e incluso puro charlatanismo, alcanzó su punto más alto en el Tercer Reich, luego de un largo período de preparación en el cual intuicionistas de todos los matices y de todas las naciones europeas, y aun de sus colonias culturales, tomaron parte *nolens volens*. La Alemania nazi exaltó la sangre, el instinto, la "comprensión simpática" o empatía, la visión de esencias y la intuición de valores y normas. Como compensación denigró la lógica, la crítica, el tratamiento racional de la experiencia, la trascendencia técnica y la explicación de la experiencia y la búsqueda lenta, zigzagueante y autocorrectiva de la verdad.

Mencionar el papel político del intuicionismo no constituye un argumento *ad hominem*. El intuicionismo, junto con otras formas del ocultismo y oscurantismo, no sólo fue oficializado por el nazismo, sino que pasó a formar parte de su ideología y fue coherente con sus objetivos de barbarización y desculturización. El propio nazismo fue preparado, en la esfera ideológica, por muchos filósofos y "científicos del espíritu" (*Geisteswissenschaftler*) que exaltaban el instinto y la intuición por encima de la razón, la percepción de la totalidad sobre el análisis, el conocimiento directo sobre el inferido (característico de la ciencia), la evidencia sobre las pruebas.[53] Nada hubo de accidental en ello: un pueblo embrutecido por el dogma de la antirrazón podía ser más fácilmente inducido a perpetrar actos irracionales que un pueblo puesto en guardia por la crítica.

El intuicionismo filosófico terminó, pues, convirtiéndose en una filosofía de los perversos para los irracionales.

1. Aristóteles, Organon, Segundos Analíticos, Libro I, cap. 2.
2. Ibid., Libro II, cap. 19, 100b.
3. Ibid.
4. Descartes, Règles pour la direction de l'esprit, III, Oeuvres, vol. II.
5. Ibid., Regla III.
6. Ibid.
7. Ibid., Regla XII.
8. Ibid., Reglas III y XII.
9. Ibid., Regla II.
10. Ibid., Regla XII.
11. Piaget, The Psychology of Intelligence (1950), p. 134.
12. Spinoza, Ética, Segunda parte, Proposición XL, Escolio II.
13. Ibid., Quinta parte, Prop. XXV.
14. Ibid., Segunda parte, Prop. XI, Escolio II.
15. Kant, Kritik der reinen Vernunft, B 35-36.
16. Ibid., B 38.
17. Ibid., B 46.
18. Battro, Psicología, geometría y filosofía del espacio visual (1979).
19. Kant, op. cit., B 38.
20. Dilthey, Einleitung in die Geisteswissenschaften, Libro I, cap. XIV (titulado "La filosofia de la historia y la sociología no son verdaderas ciencias"), vol. I de Gesammelte Werke, p. 91.
21. Ibid., pp. 32.
22. Ibid., pp. 32-33.
23. Ibid., p. 45.
24. Ibid., p. 38.
25. Véase Bunge, La investigación científica, 2a ed. (1984), cap. 9.
26. Véase James, A Pluralistic Universe (1909), Conferencia VI.
27. Bergson, Introduction á la métaphysique (1903), p. 4.
28. Bergson, L'évolution créatice (1907), p. 150.
29. Ibid., p. 178.
30. Bergson, L'intuition philosophique, (1911).
31. Bergson, Introduction á la métaphysique (1903), p. 4.
32. Bergson, L'évolution créatice (1907), p. 179.
33. Husserl, Ideen zu einer reinen Phänomenologie und phänomenologischen Philosophie (1913), Libro I, cap. I, en Husserliana, vol. III.
34. Ibid., § 4.
35. Scheler, Der Formalismus in der Ethik und die materiale Wertethik (1916), pp. 69-70.
36. Ibid., p. 70.
37. Husserl, op. cit., p. 43. Véase también Kartesianische Meditationen (1931), §§ 3, 5 y 6.
38. Husserl, Kartesianische Meditationen (1931), § 6.
39. Véase Zilsel, Phenomenology and Natural Science (1941); Margenau, Phenomenology and Physics (1944), y Bunge, La fenomenología y la ciencia (1951).
40. Husserl, Philosophie der Arithmetik (1891).
41. Sin embargo, la intención original de Husserl era claramente antidogmática. No se percató de que, al

rechazar por completo el racionalismo y el empirismo y al abrazar el fundamentalismo y embarcarse en la búsqueda de la certeza, inauguraría un nuevo dogma.

42. Von Mises, Positivism (1951), p. 277.

43. Scheler, Der Formalismus in der Ethik und die materiale Wertethik (1916), passim.

44. Moore, Principia Ethica (1903), p. 77 y passim.

45. Para una crítica de la dicotomía Hecho/Valor, véase Bunge, Ética y ciencia (1960), y Ethics (1986).

46. Véase Stern, Significado de la fenomenología (1944), y "Max Scheler, filósofo de la guerra total y del estado totalitario" (1945).

47. Para una tentativa de suministrar una justificación teórica de los juicios de valor y de las normas éticas, véase Bunge, Ética y ciencia (1960), "Ethics as a Science" (1961) y Ethics (1986).

48. Schlick, Allgemeine Erkenntnislehre (1925), pp. 76-77.

49. Recuérdese la famosa afirmación de Einstein: "En la medida en que las leyes matemáticas se refieren a la realidad, no son ciertas; y en la medida en que son ciertas, no se refieren a la realidad". "Geometry and Experience" (1923), en Feigl y Brodbeck (comps.), Readings in Philosophy of Science, p. 189.

50. Popper, The Logic of Scientific Discovery (1935, 1959), y "On the Sources of Our Knowledge" (1959).

51. Ewing, "Reason and Intuition" (1941), p. 25. Defendiendo la existencia de la intuición y su papel fundamental, Ewing admitió que el intuicionista "debe abandonar la pretensión de certidumbre e infalibilidad que ha sido comúnmente adjudicada a la intuición en el pasado".

52. La tesis de que todo conocimiento es en última instancia subjetivo o personal fue adoptada y difundida por Polanyi, en Personal Knowledge (1958). El anarquismo gnoseológico, que se resume en la consigna "todo vale" (anything goes), ha sido expuesto por Feyerabend en Against Method (1975). Para una crítica del subjetivismo y del anarquismo gnoseológicos, y una defensa del realismo, véase Bunge, Treatise on Basic Philosophy, 5° y 6° tomos (1983).

53. Véase Kolnai, The War Against the West (1938), estupenda exposición de la ideología nazi y sus antecedentes filosóficos.

II
El intuicionismo matemático

1. FUENTES

1.1. *Raíces matemáticas y filosóficas*

La intuición sensible y la intuición geométrica (capacidad para la representación espacial o imaginación visual) hoy tienen pocos defensores en la matemática, porque se ha demostrado de una vez por todas que son tan engañosas lógicamente como fértiles heurística y didácticamente. Por consiguiente, lo que comúnmente se denomina intuicionismo matemático no se apoya en la intuición sensible.

Un temprano ejemplo de las limitaciones de la intuición geométrica fue la invención de las geometrías neoeuclidianas. Un ejemplo posterior lo constituye la prueba de la existencia de una infinidad de fracciones entre dos fracciones dadas, cualquiera sea la proximidad de ambas (v. gr. entre 999.999.999.999/ 1.000.000.000.000 y 1). Otros ejemplos son las curvas continuas sin tangente y las curvas que llenan toda una región del plano; las superficies de una sola cara; los números transfinitos, y la correspondencia biunívoca entre los puntos de un segmento y los de un cuadrado, lo cual va en contra de la noción "intuitiva" de dimensión.[1]

Hoy se comprende que los entes, relaciones y operaciones matemáticas no se originan todos en la intuición sensible; se advierte que son construcciones conceptuales que pueden carecer por completo de correlato empírico, aunque algunos de ellos puedan servir como auxiliares en teorías acerca del mundo, por ejemplo la física. También se reconoce hoy que la evidencia no sirve como criterio de verdad y que las pruebas no pueden ofrecerse por medio de figuras solamente, pues los razonamientos son invisibles. En particular, ya no se exige que los axiomas sean "evidentes"; por el contrario, en razón de ser casi siempre más ricos que los teoremas para explicar los cuales han sido inventados, los axiomas suelen ser menos "evidentes" que los teoremas que originan, y, por tanto, tienden a aparecer más tarde que los teoremas en el desarrollo histórico de las teorías. Por ejemplo, es más fácil obtener teoremas sobre triángulos equiláteros que establecer proposiciones generales acerca de los triángulos.

Luego del fracaso de las intuiciones sensible y espacial (o geométrica) como guías

seguras para la construcción matemática, debía ensayarse la llamada intuición *pura*; y puesto que la intuición pura del espacio kantiana llegó a ser sospechosa hasta para algunos neokantianos, como Natorp y Cassirer, era menester ensayar la intuición pura del tiempo, o de la sucesión. Esta tentativa fue llevada a cabo por el llamado intuicionismo matemático (o neointuicionismo, como prefiere ser denominado). El neointuicionismo está lejos de ser una puerilidad o una mera declamación antiintelectualista. Por el contrario, constituye una respuesta a legítimos y difíciles problemas que han preocupado a pensadores serios y profundos como Henri Poincaré (1854-1912), Hermann Weyl (1885-1955), L.E.J. Brouwer (1881-1966) y Arend Heyting (1898-1966), respuesta que es ciertamente controvertible y en algunos aspectos incluso peligrosa para el futuro de la ciencia.

El intuicionismo matemático se comprende mejor si se lo considera como una corriente de pensamiento originada entre los matemáticos: *a)* como reacción contra las exageraciones del logicismo y del formalismo; *b)* como tentativa de rescatar a la matemática del naufragio que pareció amenazarla a comienzos de nuestro siglo, como resultado del descubrimiento de paradojas en la teoría de los conjuntos; y *c)* como producto menor de la filosofía kantiana (véase cap. I, *La intuición pura de Kant*).

Los logicistas, como los realistas o platónicos medievales,[2] hablan de objetos matemáticos que existen independientemente de mentes capaces de construirlos de manera efectiva, y de proposiciones que existen aun en ausencia de mentes capaces de probarlas. Contra ellos, los intuicionistas matemáticos sostienen que existen —en la mente humana y no en un reino de Ideas platónico (logicismo) o únicamente en el papel (formalismo)— sólo aquellos entes que han sido construidos, y que sólo son verdaderos aquellos enunciados que hemos demostrado de una manera directa o constructiva.

Contra los formalistas (Kempe, Hilbert y nuestro contemporáneo, el mítico Bourbaki) que, como los nominalistas medievales, sostienen que los que denominamos objetos matemáticos no son otra cosa que marcas que trazamos sobre un papel, los intuicionistas sostienen que los objetos matemáticos genuinos son objetos de pensamiento, y los básicos son intuiciones puras, mientras que los derivados son conceptos.

Como puede observarse, el intuicionismo matemático está más cerca del conceptualismo —que sostendría que “3” es un signo que representa el concepto del número tres y no debe confundirse con este último— que del intuicionismo filosófico. Hasta cierto punto, el intuicionismo matemático es apoyado por algunos matemáticos que

reaccionan indignados contra la frívola caracterización de la matemática como un juego formal (formalismo) o como una mera aplicación de la lógica (logicismo). En este sentido, el intuicionismo matemático es una defensa de la profesión matemática. Desgraciadamente, algunas de las armas de los defensores no son mejores que las de sus atacantes.

1.2. *Brouwer y Kant*

¿Qué debe el intuicionismo matemático, aun en su formulación ortodoxa, expuesta por Brouwer y Heyting, al intuicionismo filosófico? No mucho: sólo le debe algo a Kant, que era tan racionalista y empirista como intuicionista. E incluso puede prescindirse de lo que el intuicionismo matemático le debe a Kant sin temor a cometer equivocaciones serias en la comprensión de la teoría, como lo ha reconocido Heyting,[3] aunque Brouwer podría no coincidir. En efecto, en su práctica matemática el intuicionista rara vez apela a la intuición, pues es consciente de que la intuición conduce a las paradojas que intenta evitar.

Lo que el intuicionismo matemático debe a Kant se reduce a dos ideas: *a)* el tiempo —aunque no el espacio, según los neointuicionistas— es una forma *a priori* de la intuición y está involucrado esencialmente en el concepto de número, que es generado por la operación de contar; *b)* los conceptos matemáticos son esencialmente construibles: no son meras marcas (formalismo) ni son aprehensibles porque tengan una existencia previa (realismo platónico de las ideas), sino que son obra del espíritu humano. La primera afirmación es inequívocamente kantiana, pero la segunda será aceptada por muchos pensadores no kantianos. Los matemáticos que simpatizan con el intuicionismo matemático tienden a aceptar la segunda tesis, aun cuando ignoren la primera.

Además, la forma en que la intuición del tiempo interviene, según Brouwer, en la construcción de la matemática es cualquier cosa menos claramente intuible, es decir, inmediata y evidente. En realidad, según este destacado representante del intuicionismo matemático, la intuición primigenia *(Urintuition)* de la matemática, que es "el fenómeno fundamental del pensamiento matemático", es "la intuición de la desnuda duidad" (en holandés *twee-eenigheid*, en inglés *two-ity* o *two-oneness*) que, por ser una intuición básica, no puede ser elucidada.[4]

Esta intuición —que podría ser el concepto de sucesión, o de iteración, o quizá de orden lineal en un conjunto numerable— no sólo crea los números 1 y 2, sino también todos los restantes cardinales finitos, "en la medida en que uno de los elementos de la duidad puede ser concebido como una nueva duidad, proceso que puede repetirse indefinidamente". Una vez construidos los números naturales (operación intuitiva y prematemática) puede comenzar la matemática propiamente dicha. Puesto que gran parte de la matemática puede edificarse sobre la aritmética de los números naturales, que serían generados por la intuición del tiempo, de ello se sigue que "la aprioridad del tiempo no sólo establece las propiedades de la aritmética como juicios sintéticos *a priori*, sino que hace lo mismo con los juicios de la geometría", aunque sin duda a través de una larga cadena conceptual.

La "intuición básica", pues, bastaría para engendrar, paso a paso, de una manera constructiva o recursiva —y no meramente por medio de "definiciones creadoras" o recurriendo a la prueba indirecta— toda la matemática, o, mejor dicho, la matemática permitida por el intuicionismo matemático, que es solamente una parte de la matemática "clásica" (preintuicionista).

El matemático corriente, preocupado por enriquecer y esclarecer su ciencia, nunca ha mirado con buenos ojos la amputación de la matemática requerida por el intuicionismo, ni la afirmación de que el trabajo matemático se desenvuelve sobre la base de la oscura *Urintuition* de la desnuda duidad. En cambio, puede simpatizar con el programa constructivista (véase, más adelante, *El principio de constructividad*).

Las ideas y el programa del intuicionismo matemático fueron eventualmente precisados,[5] y con ello la actitud intuicionista se acercó a la de sus opositores. En la actualidad, la mayoría de los matemáticos interesados en las cuestiones de "fundamentación" y en la psicología del trabajo matemático parecen aceptar una combinación de tesis tomadas del formalismo, el logicismo y el intuicionismo. Además, en la medida en que el intuicionismo se interesa por el aspecto psicológico del trabajo matemático, es compatible, tanto con el formalismo, como con el logicismo, del mismo modo en que todo análisis pragmático es compatible con el análisis sintáctico correspondiente.

El intuicionismo matemático es decididamente incompatible tan sólo con lo que podría denominarse la concepción "lúdica" de la matemática —ridícula también— según la cual el quehacer matemático es "un juego combinatorio con los símbolos básicos", para

decirlo con palabras de Von Neumann.[6]

2. TESIS PRINCIPALES

Vale la pena examinar y apreciar las tesis principales del intuicionismo matemático contemporáneo. Se verá que algunas son conceptualistas, otras son pragmáticas, y otras, finalmente, dinamicistas; el ingrediente de intuicionismo filosófico es escaso. En mi opinión, dichas tesis son las siguientes:

2.1. *"Status" de la lógica y la matemática*

1) *Las leyes de la lógica no son* a priori *ni eternas, contrariamente a lo que sostiene el logicismo. Son hipótesis que el hombre formuló al estudiar el lenguaje por medio del cual expresaba su conocimiento de conjuntos finitos de fenómenos. Por consiguiente, las leyes de la lógica no deben considerarse como principios reguladores inmutables, sino como hipótesis corregibles que pueden fallar en relación con nuevos tipos de objetos, por ejemplo los conjuntos infinitos.*

Esta concepción de la naturaleza y el *status* de la lógica, lejos de ser filosóficamente intuicionista, podría ser compartida por empiristas, pragmatistas, materialistas e historicistas. La historia de las paradojas lógicas y matemáticas nos debería advertir que esta tesis es digna de atención. Nada nos asegura que en el futuro no tengan que hacerse nuevas modificaciones radicales en la lógica formal con el fin de adecuarla mejor a los mecanismos inferenciales reales y a nuevos e imprevisibles tipos de entidades y operaciones. Más aún, cierto número de matemáticos y lógicos —baste recordar a Lewis, Gentzen, Carnap, Reichenbach y Tarski— han propuesto nuevas formalizaciones de las relaciones de implicación y deducibilidad. Muchos están comenzando a dudar de que la lógica ordinaria sea una reconstrucción adecuada de la sintaxis del lenguaje ordinario o aun del científico.

Los intuicionistas matemáticos parecen tener razón en considerar que toda la lógica está sujeta a posibles revisiones ulteriores. En cambio, no parecen estar en lo cierto cuando afirman que hay ciertas proposiciones *matemáticas* —aquéllas declaradas intuitivas— que son evidentes y en consecuencia más seguras que las lógicas. En contraste con las lógicas "raras" o no estándar, inventadas con fines distintos de la

reconstrucción de las pautas inferenciales ordinarias, la lógica corriente se ajusta a la ciencia. La ciencia basa la mayor o menor certidumbre de sus inferencias (no de sus premisas, que permanecen por siempre dudosas) en las leyes lógicas. O quizá sea mejor decir que las buenas pautas inferenciales son aquellas que a la vez dan buen resultado en la ciencia y están consagradas por la lógica.

La relación que existe entre la lógica y las demás ciencias no es de dependencia unilateral, sino de *ajuste mutuo y progresivo*.[7] Aquí, como en otras partes, los perfeccionamientos en la herramienta llevan a un progreso en la consecución del objetivo, y los fracasos en la obtención de éste revierten sobre el manipuleo de la herramienta corrigiéndolo y aumentando así su eficiencia. Por ejemplo, es plausible suponer que la lógica antigua y el derecho fueron gemelos amamantados por la democracia, y que la lógica moderna fue construida por matemáticos con curiosidad filosófica.

No debe criticarse a los intuicionistas matemáticos por defender una filosofía falibilista de la lógica; en cambio, se les debe reprochar que insistan en una filosofía infalibilista de la matemática.

2) *La matemática es un producto del espíritu humano. Como tal, es una disciplina pura, es decir, independiente de la experiencia, aunque puede ser aplicada a la experiencia; además, la matemática es autónoma, es decir, independiente de las otras ciencias y, en particular, de la lógica.*

Esta tesis no es típicamente intuicionista en un sentido filosófico. Puede ser sostenida en parte por cualquier matemático que crea en la posibilidad de construir toda la matemática sobre la base de la teoría de los conjuntos.

Lo que pocos filósofos estarían dispuestos a admitir es la tesis kantiana según la cual la matemática es por completo anterior a la lógica e independiente de ella, especialmente si se tiene en cuenta que los conceptos lógicos (como "todos", "algunos", "y", "no", "si... entonces...") están entretejidos en la propia textura de la matemática. Cualquier matemático confirmaría que emplea explícitamente leyes lógicas, como las de identidad, contradicción y separación, o *modus ponens*. Pero, desde luego, su tarea no consiste en un cómputo puramente lógico; al fin y al cabo alguien tiene que "ver" el problema, inventar las premisas adecuadas, sospechar cuáles son las relaciones pertinentes y

establecer puentes entre diferentes territorios de la matemática. Más aún, se ha mostrado que la matemática intuicionista, lejos de ser anterior a la lógica, está basada en la lógica intuicionista.[8]

David Hilbert (1862-1943), la figura principal del campo formalista, no se habría opuesto a la anterior tesis intuicionista, puesto que sostuvo que la matemática, tanto como cualquier otra ciencia, no puede fundarse en la lógica únicamente, sino que requiere la suposición de objetos prelógicos;[9] no obstante, para el formalismo, tales objetos prelógicos son marcas, es decir, objetos físicos, y no conceptos.

También Hilbert consideró a la lógica como una aplicación de la matemática. El intuicionismo y el formalismo coinciden, pues, en cuanto a la precedencia psicológica (¡e incluso lógica!) de la matemática respecto de la lógica. En este sentido, ambos constituyen un logicismo invertido y en esa medida son altamente controvertibles. Decir con Kant, Brouwer y Hilbert que la *investigación* matemática es totalmente independiente de la lógica es formular una afirmación relativa a la *psicología* de la matemática. Tal afirmación sería verdadera si fuese interpretada del siguiente modo: los matemáticos a menudo no son conscientes de que emplean la lógica. Del mismo modo monsieur Jourdain, el personaje de Molière, no sabía que había hablado en prosa toda su vida. Un buen matemático puede ignorar por completo la lógica, así como un buen novelista puede ignorar la gramática. Ello no prueba que sus discursos carezcan de un esqueleto formal, sino que no se preocupan por el tipo de rayos X conceptuales que harían posible que la estructura oculta se torne visible.

En cuanto a la naturaleza pura o *a priori* de la matemática, esta tesis es aceptada hoy por la gran mayoría de los metacientíficos, con la excepción de casi todos los materialistas, empiristas y pragmatistas. Tal ha sido el caso especialmente desde que se vio que dicha aprioridad no está reñida con la concepción de la matemática como parte de la cultura y como instrumento para la acción, y que es compatible con la concepción naturalista de la mente como función del sistema nervioso central.

Pero la coherencia parecería requerir el abandono de la creencia kantiana —compartida por Brouwer, aunque no por Heyting—[10] de que la matemática es *aplicable* a la experiencia. Uno debería admitir, por el contrario, que la matemática no se aplica a la realidad ni a la experiencia, sino en ciertas *teorías* (físicas, biológicas, sociales, etc.) que se refieren a la realidad. En otras palabras, la matemática puede aparecer como herramienta formal en teorías que suministran un modelo esquemático y provisorio de

objetos supuestos como reales.

La observación anterior acerca del camino *indirecto* que lleva de la matemática a lo real, a través de la teoría fáctica y la experiencia, puede poner fin a una vieja objeción que se ha formulado y repetido *ad nauseam*, tanto contra el formalismo como contra el logicismo, a saber, que no dan cuenta de "la aplicación de la matemática a la experiencia". ¿Cómo podría dar cuenta de ello si la matemática *nunca* se aplica a los hechos, a pesar del término inapropiado "matemática aplicada", que aún puede encontrarse en libros y planes de estudio universitarios? La matemática sólo es aplicable a ciertas *ideas* acerca de hechos, y tales ideas son materiales o fácticas (v. gr. físicas) y no formales, en el sentido de que tienen un referente objetivo o empírico. Dicho de otra manera: las teorías exactas (aunque no necesariamente verdaderas) contienen un formalismo matemático que, de por sí, no está comprometido con el significado fáctico que puedan tener dichas teorías.

3) *Los signos matemáticos no son vacíos sino que designan objetos matemáticos, y éstos son, a su vez, objetos mentales (conceptos y juicios) que de alguna manera reflejan los fenómenos. En otras palabras, los objetos matemáticos, lejos de existir por sí mismos (como lo sostiene el logicismo), constituyen "campos de posibilidades constructivas", y las leyes matemáticas son leyes* a priori *de la naturaleza.*

Tampoco estos enunciados son típicamente intuicionistas, en el sentido filosófico de "intuicionismo". El primero es conceptualista, mientras que la afirmación de que hay juicios sintéticos *a priori* es gnoseológicamente idealista y, más precisamente, kantiana. Que la matemática como quehacer sea una actividad mental sólo será negado por los conductistas y fenomenistas más extremos, quienes no reconocen la existencia de la mente, pero que, a modo de compensación, rara vez se interesan por la matemática.

Lo que sostienen los no intuicionistas es que las actividades mentales —o, si se prefiere, ciertos procesos cerebrales— no deben ser consideradas exclusivamente desde el punto de vista psicológico, esto es, como procesos, sino también desde otros puntos de vista. La estructura de los productos de tal actividad es particularmente digna de examen. ¿Por qué ha de privarse al lógico del placer de analizar estos productos, cuando no se niega al químico el derecho de analizar las cenizas que deja el fuego?

En lo que atañe a la afirmación de que las leyes matemáticas son al mismo tiempo

leyes naturales, curiosamente es compartida por empiristas tradicionales, materialistas e idealistas objetivos. Dicha afirmación no resiste el menor análisis semántico y aun histórico. ¿Sería necesaria la experiencia para revelar las pautas de la realidad si tal afirmación fuese verdadera? ¿Por qué la mayor parte de las hipótesis científicas revestidas de una correcta forma matemática resultan falsas? A un mismo esqueleto matemático puede asignársele una pluralidad de significados, pero entonces deja de ser puramente matemático; y algunas de las estructuras matemáticas interpretadas serán verdaderas mientras que otras resultarán falsas.[11]

2.2. *La tesis intuicionista del intuicionismo matemático*

4) *Puesto que la matemática no deriva de la lógica ni de la experiencia, debe tener su fuente en una intuición especial que nos presente los conceptos e inferencias básicos de la matemática como inmediatamente claros y seguros.* *"Una construcción matemática debe ser tan inmediata a la mente, y sus resultados deben ser tan claros, que no requiera fundamento alguno."*[12] *En consecuencia, debemos elegir como nociones básicas a las más inmediatas, tales como la de número natural.*

Ésta es, en opinión del que escribe, la tesis inequívocamente intuicionista del intuicionismo matemático. Se trata de una afirmación muy vulnerable. En realidad, aunque los dígitos son psicológicamente claros, ello no ocurre con la sucesión *infinita* de los números naturales, un invento relativamente tardío que a muchos les resulta difícil captar, aún hoy.

Como lo señala un eminente bourbakiano, la asignación de una función privilegiada a los números naturales se basa en "una confusión psicológica entre la intuición particularmente clara e inmediata que tenemos de las propiedades de los números pequeños y la extensión de estas propiedades a todos los enteros, extensión que, en mi opinión, deriva de axiomas puramente arbitrarios. No tenemos, y sin duda alguna no podemos tener, la más mínima intuición (en el sentido clásico de esta palabra) de números grandes, por ejemplo 100^{100100}; decir que la definición de n + 1 para tal número n es intuitivamente clara, y que la propiedad $n + 1 > n$ es una verdad evidente, siempre me ha parecido un disparate. Si ello se acepta, es difícil ver qué nos impediría volver a la

concepción clásica de los axiomas de la geometría euclidiana, que también eran considerados evidentes por una "extrapolación" similar; empero, es bien sabido que ésta es una actitud insostenible".[13]

Los intuicionistas no están solos cuando afirman que la matemática se funda en una intuición prematemática. Esta misma tesis fue expuesta por Hilbert desde alrededor de 1921 en adelante. Hilbert reconocía no solamente la existencia de objetos extralógicos que son dados en la vivencia antes de ser pensados, sino también la existencia de procedimientos intuitivos y confiables, tales como el reconocimiento de la primera aparición de un signo en una sucesión de marcas, y aun el patrón básico de inferencia lógica (el *modus ponens*). Tal es la razón por la cual se ha señalado que, aunque el primer paso en la obra de Hilbert fue la eliminación de la intuición, el segundo paso condujo a su rehabilitación."[14]

Sin embargo, es necesario hacer notar que la intuición de Hilbert no es una mística intuición pura, independiente de la experiencia ordinaria. Se trata de la vieja intuición sensible, o percepción sensorial, aplicada específicamente a la aprehensión y al reconocimiento de marcas en un papel o en un pizarrón, y a la imaginación de correlatos geométricos de entidades analíticas. ¿No sostuvo Hilbert que los objetos matemáticos son los signos concretos mismos, y que es posible lograr la verdad matemática "de una manera puramente intuitiva y finita"?[15] ¿Y no fue coautor de un libro de texto sobre *Geometría Intuitiva* lleno de figuras hermosas y sugerentes diseñadas para producir la comprensión con la ayuda de la vista?[16] Si estos hechos fuesen más ampliamente conocidos no se habría confundido el formalismo matemático con el *abstractismo*, o el culto de las formas ideales. El "formalismo" de Hilbert y Bourbaki es, como el nominalismo medieval, el primer Quine, y Lorenzen, una variedad del materialismo "vulgar".

Sin embargo, cuando Hilbert proclama *Am Anfang ist das Zeichen* (En el principio fue el signo), y cuando enuncia su confianza en las operaciones sensibles (ver y escribir) con las marcas físicas (símbolos), que nos permiten asegurar una proposición, exhibe la misma tendencia fundamentalista e infalibilista que da origen al intuicionismo filosófico y matemático. Más aún, Hilbert afirmó repetidas veces que su objetivo era alcanzar "la seguridad *(Sicherheit)* definitiva de los métodos matemáticos".[17]

Un epistemólogo crítico y al mismo tiempo tolerante (cuya existencia sería difícil de probar) negaría la existencia de entidades matemáticas que sean fundamentales en un

sentido *absoluto*. Pero admitiría, en cambio, una multiplicidad de tentativas de fundamentación, con la única restricción de que sean coherentes y no produzcan mutilaciones de la matemática. Lo que rechazaría definitivamente es la existencia de conceptos *intrínsecamente* evidentes o claros. Sabría que la evidencia es una relación psicológica y no una propiedad lógica. Señalaría, además, que el grado de evidencia depende en amplia medida de la experiencia y el bagaje cultural de cada persona.[18]

¿Qué razones hay para creer que ciertos conceptos y proposiciones son en todo sentido (lógicamente, psicológicamente, históricamente, etc.) más fundamentales que otros? ¿Qué motivos existen para pensar que hay fundamentos últimos en cualquier ciencia, o que pueden construirse sistemas definitivos? ¿Qué nos garantiza que el concepto de conjunto, considerado actualmente como el concepto fundamental de la matemática, no será reemplazado por alguna otra noción? De hecho este reemplazo ya se ha producido: la idea de morfismo, o flecha, resulta lógicamente previa a la de conjunto. La teoría de las categorías, que se ocupa esencialmente de tales morfismos, constituye una fundamentación más profunda y adecuada de la matemática que la teoría de los conjuntos. Sin embargo, no hay razón para suponer que sea definitiva. No hay un reino milenario en matemática, como no lo hay en política.

2.3. *El principio de constructividad*

5) *La única técnica admisible de demostración de teoremas de existencia es la construcción efectiva, porque nos permite "ver" de qué se trata. En cambio, la demostración de que la afirmación que contradice la que se quiere probar lleva a contradicción, es decir, la técnica de la demostración indirecta, no hace otra cosa que señalar una posibilidad de existencia o de verdad, sin garantizarla. Ahora bien, la construcción explícita o efectiva es posible, por definición, sólo con procedimientos finitistas, esto es, por medio de un número finito de signos y operaciones, como el cálculo del cuadrado de un número, o la aplicación del principio de inducción matemática o completa. Por consiguiente, todas las proposiciones que involucren clases infinitas consideradas como totalidades. Del mismo modo, deben eliminarse o reconstruirse las expresiones "para toda clase", "la clase de todos los primos" y "la clase de todas las clases" y también los teoremas que se demuestren de una manera*

esencialmente indirecta (como ocurre con la mayor parte de los teoremas en la teoría de conjuntos de Cantor).

Ésta es la regla "constructivista" de la matemática intuicionista. Fue anticipada por Kronecker (una figura menor) y por Poincaré (una figura importante), y es la que más interesa a los matemáticos porque tiene consecuencias prácticas de largo alcance o, mejor dicho, es de un tremendo poder reductivo. Antes de discutirla veamos su funcionamiento.

El intuicionista no aceptará la existencia de un número tan sólo porque se haya formulado la sucesión de operaciones necesarias para construirlo; él quiere realidad, y no mera posibilidad. Por ejemplo, no creerá que existe el número (el concepto) correspondiente al signo 1000^{1000} ni admitirá *a priori* la verdad de la alternativa: "El número 1000^{1000} puede descomponerse o no puede descomponerse en la suma de dos números primos". El intuicionista esperará hasta que se haya llevado a cabo realmente la descomposición, o hasta que se haya probado su imposibilidad. En general, para el intuicionista matemático el enunciado "existe por lo menos un x tal que x tiene la propiedad P" significa que se ha construido un objeto matemático a que satisface la condición $P(a)$".[19]

De todos los enunciados de la matemática "clásica", el célebre axioma de elección, formulado por Zermelo, ha sido el blanco preferido por los intuicionistas. Este axioma afirma que, dada una familia de conjuntos disyuntos entre sí, *existe* un conjunto compuesto por un representante de cada uno de los conjuntos de la familia. Este conjunto se denomina "conjunto de selección". El axioma es evidente para una familia finita de conjuntos, no así para una familia infinita, ya que no va acompañado de una regla para construir el conjunto de selección. En otras palabras, el axioma de elección es esencialmente no constructivo porque no especifica la función que va de la familia dada al conjunto de selección. Por consiguiente, es inaceptable para el intuicionismo.

El axioma de elección no es fácilmente eliminable porque tiene una multitud de equivalentes, enumerados prolijamente por Gregorio Klimovsky. Esto explica el que, como ya lo señalara Beppo Levi a principios de siglo, se lo utilice encubiertamente en numerosas demostraciones. Es, pues, un postulado muy básico de la matemática "clásica". Tanto, que pertenece a la teoría estándar de los conjuntos, que hoy día se considera parte de la lógica en sentido amplio. Al prescindir del axioma de elección, el

intuicionista se priva de una herramienta versátil, lo que le obliga a complicar enormemente las cosas. Pero tal es el destino que escoge el puritano: pasar solamente por la puerta estrecha.

Así como el realista ingenuo dice: "Ver para creer" y el operacionalista sostiene: "Ser es ser medido", el intuicionista parece afirmar: "Computar efectivamente para creer" y "Existir es ser construido". Una vez computado el número (o la función), puede sostener obstinadamente —como lo han hecho algunos empiristas extremos— que, a pesar de ello, es un signo carente de significado. O bien no es un signo intuitivamente aprehensible, o bien no corresponde a ninguna experiencia real, aunque los físicos no tienen inconveniente en emplear números tan grandes como 10^{80} o tan pequeños como 10^{-40}.

La prueba indirecta debida a Euclides de la existencia de infinitos números primos despertará en el intuicionista una reacción similar. Puesto que dicha prueba no suministra una función para el cómputo efectivo del enésimo número primo, para él no existe dicha infinitud. Y si quisiéramos probar la conjetura de Goldbach, según la cual todo número par es igual a la suma de dos primos, diciendo que la suposición de que existe un número par que no la satisface lleva a contradicción con proposiciones aceptadas, el intuicionista nos pediría que realicemos una prueba directa o que exhibamos un contraejemplo computando *efectivamente* un número par que no satisfaga la conjetura de Goldbach. Lo mismo ocurrirá con la prueba de Cantor de que el continuo no es numerable. Puesto que dicha prueba es indirecta, no despertaría la simpatía del intuicionista, que podría rechazarla por las mismas razones que el operacionalista.[20]

En cuanto a los enunciados de existencia en la matemática, el intuicionista opera de una manera similar al científico natural. Supongamos que un físico quiere probar la siguiente proposición: "Hay elementos con un número atómico mayor que 101 (nobelio)". Nuestro físico tratará de producir una muestra de un transnobeliano. No se contentará con decir que si *existiesen* transnobelianos, entonces la teoría nuclear *llevaría* a una proposición absurda, porque se sabe que la teoría contiene proposiciones absurdas. Pero el físico no desdeñará, en consecuencia, toda investigación teórica preliminar acerca de la posibilidad de la existencia de dicho elemento, y tal *posibilidad* consistirá en la compatibilidad de la suposición con las leyes conocidas de la naturaleza. Por el contrario, tratará de estimar, por ejemplo, la relación entre la fuerza de repulsión de los protones y las fuerzas específicas de atracción que mantienen la cohesión del hipotético núcleo 103.

Ello le permitirá predecir que, si existe tal elemento, entonces probablemente sería muy inestable debido al predominio de las fuerzas de repulsión sobre las de atracción; de la inestabilidad concluirá que el probable elemento será de corta vida, y de ello inferirá la necesidad de métodos de detección muy delicados. Su conclusión, "probablemente existen transnobelianos", tendrá, por tanto, algún valor —un valor heurístico— aunque el contenido informativo de esa proposición será indudablemente menor que el de la exclamación: "¡Eureka! ¡Acabo de obtener una muestra de un transnobeliano!". (A propósito, el elemento 103 [Lawrencium] fue efectivamente identificado en 1961.)

El intuicionista matemático tiene razón cuando insiste en que la prueba de existencia dice menos, es decir, nos suministra menos información, que la construcción efectiva por medio de la cual el objeto, y cuya existencia se ha determinado, es exhibido realmente. Considérese la distancia que existe entre el teorema fundamental del álgebra, que garantiza la existencia de n raíces de toda ecuación algebraica de grado n, y los pobres algoritmos disponibles para calcular efectivamente estas raíces para $n > 4$. Un enunciado de existencia que no nos permita identificar con precisión aquello cuya existencia se afirma es —con palabras de Weyl— como un documento que describe minuciosamente un tesoro sin decirnos dónde se encuentra.[21]

Por su lado, el no intuicionista está justificado al conceder valor a un documento semejante. No es necesario que todas las proposiciones tengan el máximo contenido. Los teoremas de existencia, aunque no nos permiten individualizar aquellos objetos cuya existencia aseguran, sí nos permiten realizar inferencias que pueden conducir eventualmente a cómputos efectivos, aunque sólo sean aproximados. Así, por ejemplo, sabemos que una ecuación algebraica de grado 10 tiene 10 raíces, aunque no tengamos un algoritmo general para construirlas. El enunciado de existencia es necesario si hemos de proponernos realizar el cálculo aproximado de estas soluciones, así como es necesaria la descripción del tesoro si hemos de embarcarnos en una exploración para desenterrarlo. En general, la inferencia a proposiciones singulares requiere no sólo premisas universales, sino también proposiciones existenciales o singulares.

Ahora bien, el constructivismo no es monopolio del intuicionismo matemático. Por ejemplo, las escuelas rusa y polaca de matemática constructivista admiten todos los métodos de prueba, y su constructivismo consiste en que consideran sólo aquellos objetos para los cuales hay métodos efectivos de cálculo exacto o aproximado.[22] Ésta es la razón por la cual Heyting distingue, dentro del género de la matemática constructivista,

teorías de lo construible (v. gr. las de los constructivistas polacos) y *teorías constructivas*. Estas últimas no se contentan con la *posibilidad* de construcción, sino que exigen la construcción efectiva de los objetos matemáticos de que se trate.[23]

Uno no puede dejar de preguntarse si en ambos casos hay una perspectiva histórica clara del carácter *relativo* de la constructividad. Los griegos daban por sentado que toda solución aceptable de un problema geométrico debería alcanzarse con el exclusivo auxilio de la regla y el compás; la invención de la geometría analítica debida a Descartes tomó anticuado este requerimiento. La noción misma de constructividad ha cambiado; ¿qué razones hay para esperar que no volverá a cambiar y que seguirá siendo un *desideratum*?

En todo caso, la prescripción constructivista no debe caracterizarse como intuicionista desde un punto de vista filosófico. Heyting la denomina "principio de positividad" y la formula de la manera siguiente: "Todo enunciado matemático o lógico (¡admitido por el intuicionismo!) expresa el resultado de una construcción".[24] Se trata, en realidad, de una prescripción *pragmatista*, aunque se le suele adjudicar un origen kantiano.[25]

Es cierto que Kant sostenía que la matemática es el conocimiento racional que se obtiene de la "construcción de conceptos". Pero lo que Kant entendía por "construcción" no era, por ejemplo, la formación de un algoritmo para el cómputo o la construcción efectivos de una expresión como 100^{100100}, sino la exhibición de la *intuición pura* correspondiente al concepto en cuestión.[26] Para Kant, "construir un concepto significa dar su intuición *a priori* correspondiente" —lo que, si fuera posible, sería una operación psicológica—, mientras que, para el intuicionismo matemático, la construcción puede ser enteramente lógica, hasta el punto que puede consistir en la deducción de una contradicción. La *fundamentación última* de todos los conceptos matemáticos, que, tanto para Kant como para Brouwer, tiene que ser intuitiva, es otra cuestión completamente diferente. A diferencia de Kant, el intuicionista matemático sólo exigirá que las ideas *básicas* sean intuitivas.

La tesis del constructivismo, en su forma estricta, intuicionista, es en el fondo una *tesis semántica de corte operacionalista*. En realidad, nos dice lo siguiente: *a)* "Hay por lo menos un *x* que tiene la propiedad *P*" significa que se ha *mostrado* que, por lo menos, un *x* tiene la propiedad *P*; *b)* "todos los *x* son *P*" significa que, dado cualquier x particular, podemos *probar* (o mejor, hemos probado) por métodos directos que dicho *x* es un *P*.

La regla constructivista es, por tanto, claramente pragmatista (operacionalista) antes

que intuicionista, puesto que se reduce a la siguiente tesis semántica: "El significado de una expresión es el conjunto de operaciones que nos permiten construirla o verificarla" —tesis defendida por Wittgenstein (18891951), el Círculo de Viena (entre 1925 y 1936) y Bridgman, no menos que por Weyl.

En efecto, ya en 1926, y en forma completamente independiente del empirismo lógico y el operacionalismo, Weyl escribió: "Siempre que se afirme la *posibilidad* de una construcción, no estamos ante una proposición significativa; sólo en virtud de una construcción efectiva, de una prueba realizada, adquiere significado un enunciado existencial, v. gr.: Existe un número par".[27] (Recuérdese que, estrictamente hablando, un enunciado existencial es, en un universo del discurso infinito, una suma lógica infinita — una *operación* irrealizable.) Cuando Brouwer sostiene que un teorema no expresa una verdad (puesto que la verdad no existe aparte de nuestro conocimiento), sino el éxito de una construcción sistemática, ¿no toma una neta posición pragmatista, aunque este parentesco no haya sido señalado? Y cuando Heyting sostiene que "una proposición matemática expresa una expectativa dada",[28] ¿no adopta *avant la lettre* una tesis de la semiótica conductista de Morris?

Al combatir al platonismo, los intuicionistas, formalistas, nominalistas y operacionalistas privan a la matemática de entidades no construibles tan caras a la mayoría de los matemáticos. Al hacerlo, pueden ahuyentar algunos fantasmas, pero al mismo tiempo derriban muchas estructuras útiles y hermosas. En la ciencia, tanto como en la vida, el progreso implica riesgos. El eslogan "La seguridad ante todo", adoptado por el infalibilismo, es incompatible con el *desideratum* de la fertilidad. Nada es más seguro que una tumba.

6) Sólo existe el infinito constructivo o potencial. El infinito actual o completo, la colección infinita considerada como dada o establecida que se estudia en la teoría de los conjuntos de Cantor, es una ilusión: no existe, puesto que no es construible.

En la concepción del infinito radica otra diferencia técnica capital entre la matemática intuicionista y el enfoque usual. No debe olvidarse (véase *Raíces matemáticas y filosóficas*) que el intuicionismo matemático nació en parte como un esfuerzo por liberar a la lógica y la matemática de las paradojas que habían sido descubiertas en la teoría del infinito a principios de nuestro siglo.

Pero, desde luego, la oposición al infinito actual no es exclusiva del intuicionismo matemático. Fue compartida por dinamicistas como Hegel y por todos los empiristas, incluso Aristóteles —cuya gnoseología era básicamente empirista— y Locke (1632-1704), para quien el infinito actual, en contraposición al infinito potencial, era "inconcebible" y, en consecuencia, un *flatus vocis* y no un concepto. También Hilbert consideraba al infinito actual como "algo meramente aparente", ya sea en el ámbito de la experiencia o en la matemática. Y los ingenieros, que siempre se conforman con aproximaciones, deberían dar la bienvenida a la matemática finitista, tanto como aquellos legisladores de un estado norteamericano que legislaron que el valor de π es 3,1.

El historiador de la ciencia sabe que la evolución del conocimiento ha sido, hasta cierto punto, una sucesión de creaciones inicialmente consideradas "inconcebibles", "absurdas", o aun "insensatas". Toda profunda teoría nueva, sea verdadera o falsa, puede parecer insana. El gnoseólogo dirá que "concebible", "sano" y otros términos semejantes son categorías psicológicas y no señales de existencia o signos de verdad, sea en matemática o en cualquier otra parte. El matemático se negará a amputar, en nombre de la intuición y la constructividad, ese monumento de la razón y la audacia humanas denominado teoría de los conjuntos, que se ha convertido en la base —aunque quizá ni definitiva ni la única posible— de la mayor parte de la matemática contemporánea.

Antes bien, el matemático adoptará una actitud aún más constructiva que los adalides del constructivismo y tratará de purificar la teoría del infinito actual en vez de eliminarla.

2.4. *El tercero excluido*

7) La ley del tercero excluido debe ser suspendida (no eliminada). No es una proposición evidente ni demostrada, y como auxiliar metodológico es incompatible con el principio de constructividad o positividad (véase El principio de constructividad*), puesto que una proposición es verdadera sólo si ha sido demostrada constructivamente; de otro modo, puede no sólo ser falsa, sino también no decidida (por el momento) o aun esencialmente indecidible.*

Para el intuicionista, la lógica no es un cálculo formal sino una *metodología*, una "lógica del saber" (Heyting) que se ocupa de la organización y la transformación de

nuestras inferencias. En un sistema de lógica concebido de este modo no puede haber proposiciones verdaderas o falsas *per se*, con independencia del proceso de su convalidación.

Según esto, no existe diferencia alguna entre la verdad y el conocimiento de la verdad, de modo que solamente puede tratarse como verdaderas las proposiciones intuidas o demostradas. ¿Por qué preocuparse por las proposiciones que no han sido intuidas, ni se ha demostrado que son verdaderas o que son falsas, si ellas no *existen*? En esta lógica las proposiciones no verificadas tiene tan poco lugar como los ruidos sin sentido. Así, por ejemplo, no tiene sentido para el intuicionista predicar nada acerca de la trillonésima cifra decimal de π. Puesto que no existe en el sentido intuicionista —no la hemos computado efectivamente— no podemos decir que es o bien par o bien impar, prima o compuesta. Del mismo modo, el ateo se abstiene de decir que Dios es omnisciente o no es omnisciente; tal alternativa está completamente más allá de su interés. Se advierte que la suspensión del "principio" del tercero excluido es coherente con la regla de constructividad.

De esta identificación de verdad con la intuición o la demostración se sigue que, en ausencia de una demostración efectiva de *p* y no-*p*, no podemos afirmar que haya sólo dos posibilidades, *p* y no-*p* (principio del tercero excluido), no podemos siquiera declarar que esta disyunción es falsa. Obsérvese que, en contra de un difundido malentendido, en la lógica intuicionista la ley del tercero excluido no es rechazada; por el contrario, se muestra, con todo rigor, que "es absurdo que el principio del tercero excluido sea absurdo".

La lógica intuicionista no admite un tercer *valor de verdad,* como se cree a menudo, sino una tercera *categoría de proposiciones* además de las verdaderas y las falsas, a saber, aquellas acerca de las cuales no tiene sentido decir que son verdaderas o que son falsas. Eventualmente puede demostrarse la verdad o la falsedad de estos enunciados indeterminados, o que son esencialmente indecidibles, con la ayuda de un conjunto prescrito de técnicas.

El enunciado "La billonésima cifra decimal de π es par" para el intuicionista es tan carente de significado como su negación. En cambio, para el no intuicionista, una definición de π por medio de una serie infinita, tal como

$$\pi = 4\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \ \ldots\right)$$

crea la totalidad de sus cifras decimales aunque no hayamos llevado a cabo la suma hasta el último término necesario para saber si la billonésima cifra decimal es par o impar. El matemático corriente distingue, pues, la verdad del *conocimiento* de la verdad cuando da por sentado que la proposición "La billonésima cifra decimal de π es par" es o bien verdadera o bien falsa.

Tomemos otro ejemplo. Consideremos, por ejemplo, la constante *C* de Euler-Mascheroni,[29] que no sabemos si es algebraica (solución de alguna ecuación algebraica con coeficientes enteros), o trascendente (no algebraica). El matemático que acepte la lógica ordinaria dirá, por ejemplo, que "*C* es algebraica o trascendente", aceptando así el principio del tercero excluido. El intuicionista, por el contrario, sostendrá que "*C será* algebraico o *será* trascendente una vez que se haya demostrado que es lo uno o que es lo otro, y a condición de que la prueba sea llevada a cabo con métodos constructivos. Mientras tanto, *C* no es algebraica ni trascendente".

Obsérvese que no se trata de un problema bizantino, sino de un genuino y profundo problema que abarca la cuestión de la naturaleza de los entes ideales (v. gr. matemáticos), la teoría de la verdad, el papel que el tiempo puede jugar en ella y el *status* de la lógica. Si la lógica es concebida en un sentido puramente metodológico o gnoseológico —como lo hacen los intuicionistas junto con los materialistas y pragmatistas— y si se adopta la redefinición de "proposición verdadera" como "proposición intuida o demostrada", los intuicionistas tienen razón al suspender la ley del tercero excluido respecto de los teoremas (pero no en cuanto a los axiomas, puesto que éstos no son demostrables y pueden no ser "intuitivos" en el sistema en el cual figuran).

Pero, ¿cuál es el motivo para descartar la lógica formal en nombre de la metodología? ¿Cuál es la justificación para identificar las proposiciones de la forma *"A es B"* con las proposiciones de la forma: "Sabemos (o podemos probar) que *A es B*"? Un platónico diría que es preciso *distinguir la verdad de su conocimiento*: que una proposición es verdadera o falsa independientemente de nuestra manera de ponerla a prueba y evaluarla, así como las estrellas existen por sí mismas aunque no las veamos. El intuicionista rechaza esta tesis platónica y con razón, ya que las proposiciones, a diferencia de las estrellas, son de factura humana. Sin embargo, al intuicionista se le va la mano cuando

pretende que identifiquemos la proposición *p* con la metaproposición "*p* es intuible o bien demostrable constructivamente". Hay una solución mucho menos radical, que no obliga a cambiar la lógica, y es reconocer a las proposiciones no puestas a prueba el derecho a la existencia formal, absteniéndonos de asignarles un valor de verdad mientras no conozcamos el resultado de su test.[30]

Supongamos que un matemático se propone llevar a cabo la tarea de evaluar una serie infinita. En primer término, se asegurará que dicha suma *existe*; aun antes de *conocer* una verdad particular, prueba que ésta existe. Con dicho fin aplica ciertos procedimientos de decisión, los criterios de convergencia. (El hecho de que con frecuencia estos criterios no permiten una decisión determinada es otra cuestión.) Al hacer esto, el matemático asigna un valor de verdad a la proposición "La serie dada tiene una suma finita". A continuación procede a computar la suma *S* aún desconocida. Supongamos que no logra hacerlo con exactitud; en tal caso tratará de obtener cierto valor aproximado, v. gr. sumando *n* términos. Lo que hace es formular una *verdad parcial*. La magnitud de su error será el exceso de *S* sobre *S*n, es decir, *SS*n un número indeterminado que mide la "distancia" entre la verdad parcial pero perfectible "La suma de la serie es *S*n", y la verdad total pero desconocida, es decir, el enunciado que expresa el valor exacto de *S*. Tiene sentido para él decir que, tomando un número mayor de términos, obtendrá una aproximación mejor a la verdad total, aun aceptando que dicha verdad total es inalcanzable. En toda la matemática "aplicada" se presentan situaciones similares. En todos estos casos el matemático cree que *hay* una proposición verdadera, a saber, una proposición que se refiere a un valor exacto que él no puede obtener. Por lo menos admitirá que ese enunciado verdadero es *posible* aunque no esté en condiciones de formularlo. De este modo reconoce, por así decirlo, una *verdad potencial* que sólo puede conocer de manera aproximada.

Aunque no sepamos que *A* es *B*, aunque fuéramos incapaces de conocer que es posible demostrar que *A* es *B* (o que *A* no es *B*), tenemos derecho a ensayar la *hipótesis* "*A es B*", tratándola *como* si fuese verdadera (o falsa). Se trata de una presuposición del método hipotético-deductivo que reina en la ciencia. La fertilidad y el encanto de la investigación científica residen precisamente en el incesante conjeturar de hipótesis y la investigación de sus consecuencias lógicas (véase *Imaginación creadora*, cap. III). ¿Qué quedaría de la ciencia si se le prohibiese formular hipótesis de la forma "Supongamos que *A* es *B*" mil veces por día? Toda tentativa de excluir el ensayo de la ciencia es

incompatible con el espíritu de investigación científica y con la propia concepción de las teorías como sistemas hipotético-deductivos.

La lógica formal permite la exploración de las consecuencias de hipótesis bien formadas, por extrañas que puedan parecer. Tal exploración es lo que, en última instancia, nos permite conocer, aunque el conocimiento que se logre pueda no ser definitivo. Es peligroso cercenar una disciplina, en este caso la lógica estrictamente bivalente, en nombre del credo infalibilista. Esto y ninguna otra cosa impulsa a los intuicionistas a requerir el *reemplazo* de la lógica formal por una lógica del conocimiento fundada en la teoría del conocimiento (como si esta última pudiese ser concebida aparte de la lógica). En realidad, de acuerdo con Heyting, "en las aplicaciones de la lógica se trata siempre de lo que sabemos y de las conclusiones que podemos extraer de lo que sabemos".[31]

Pero, ¿no es más, tanto en volumen, como en importancia, lo que *afirmamos hipotéticamente* o suponemos que lo sabemos con certeza? Para desarrollar cualquier investigación científica es indispensable que consideremos a todas las proposiciones que tengan sentido en un contexto dado *como* si fueran capaces de recibir netamente los valores *V* o *F*. Sin embargo, estrictamente hablando, presumimos que —por lo menos en relación con la ciencia fáctica— sólo pensamos alcanzar verdades aproximadas, de modo que al fin y al cabo todo lo que "sabemos" puede resultar falso.

Debe reconocerse con franqueza que los científicos adoptan tácitamente una teoría *dualista* de la verdad, según la cual a una y la misma proposición fáctica se le asigna un grado de adecuación (verdad fáctica) que se encuentra entre la verdad y la falsedad extremas, y un valor de verdad lógico (*F* o *V*) que depende de si se considera que la proposición describe exactamente la realidad o que es una premisa o una conclusión de una inferencia lógica. Tal teoría dualista de la verdad debería conservar la lógica ordinaria —como hacen los científicos— pero debería elucidar la noción de verdad parcia1.[32]

La investigación científica es exploratoria, y la lógica ordinaria otorga a la exploración una libertad mayor que la lógica intuicionista. Después de todo, la libertad de exploración es tan vital para los matemáticos como para los geógrafos. Sin embargo, debe admitirse que la propuesta kantiana y brouweriana de considerar que la verdad de las proposiciones matemáticas es resultado de operaciones mentales y no una propiedad que ellas poseen o no poseen aún en ausencia de todo procedimiento de verificación, es más sensata que la actitud platónica adoptada por el logicismo y por la mayor parte de los matemáticos. Pero

no estamos obligados a elegir entre la solución kantiana, que en el fondo es un tanto empirista, y la propuesta logicista, que es idealista; ellas no agotan todas las posibilidades.

En realidad, toda proposición puede ser considerada desde varios puntos de vista complementarios, entre los cuales el lógico, el gnoseológico y el psicológico son particularmente interesantes. Si escribimos "*p*" nos limitamos al primero de ellos; si escribimos "afirmada *p*", o "demostrada *p*" o "rechazada *p*" entramos en el campo *metodológico*. La aserción de una proposición dice algo acerca del valor de verdad que le asignamos, sea "en firme" o a modo de ensayo (con el fin de poder explorar sus consecuencias). Si escribimos, finalmente, "no creo que *p*", u "opino que *p* es verosímil", o "*x* sostiene que *p*", nos trasladamos al campo de la *psicología* del conocimiento. ¿Por qué hemos de restringir el estudio de las proposiciones a sus aspectos metodológicos o psicológicos? Si afirmamos seriamente que los objetos matemáticos sólo deben ser considerados como objetos del pensamiento, entonces debemos concluir que la matemática es una rama de la psicología, y tendremos que admitir teorías matemáticas anormales, así como admitimos que haya pensamientos patológicos.

Debe decirse en favor del intuicionismo matemático que la demostración dada por Gódel, en 1931, de que en todo sistema formal hay proposiciones *demostrablemente indecidibles*, no constituyó una catástrofe para el intuicionismo como lo fue para el formalismo. Dicho descubrimiento obligó a extraer la conclusión de que la alternativa "*p* es verdadera o falsa" es insostenible *dentro* de todo sistema formal, puesto que hay proposiciones verdaderas, pero indecidibles. En otras palabras, estas proposiciones son de alguna manera reconocidas como verdaderas, pero no puede demostrarse que lo sean por medios más débiles que los admitidos en el sistema en consideración, o a lo sumo tan poderosos como ellos.

Con todo, debe tenerse presente que la indecidibilidad, es decir, la imposibilidad de derivación *formal*, no es una propiedad intrínseca sino contextual. La cuestión de la decidibilidad aparece siempre en conexión con la posibilidad de decidir, sobre la base de axiomas dados y reglas de inferencia *finitistas* dadas, qué valor de verdad le corresponde a una proposición. Si se amplía al sistema de axiomas o las reglas de inferencia, puede lograrse eventualmente la disyunción exclusiva y exhaustiva "*p* es verdadera o falsa".

No se ha demostrado, por tanto, que sea falsa la tesis optimista de Hilbert, "Todo problema es resoluble". No podemos afirmar con certeza que haya problemas de decisión esencialmente o intrínsecamente insolubles, esto es, problemas de demostración

que se resisten a ser abordados con métodos *cualesquiera*, disponibles o inventables. Es, con todo, más prudente y más provechoso decir que hay problemas no *resueltos*, o teoremas no *derivados* formalmente, pero esto es trivial. Interpretados de este modo, los resultados de Gódel no refuerzan el intuicionismo y tampoco el irracionalismo.

El descubrimiento de la existencia de proposiciones formalmente indecidibles restringe el campo de la dicotomía Verdadero/Falso en cuanto a la verdad reconocida por medios *rigurosos* (formales). Pero algunas proposiciones, por ejemplo, las de aritmética elemental, pueden ser reconocidas como verdaderas de una manera informal o semirrigurosa, aun cuando no se las pueda decidir formalmente. Podríamos decir que son reconocidas “intuitivamente” como verdaderas.

Pero esta intuición nada tiene que ver con la *Urintuition* de la duidad; tampoco tiene relación alguna con las intuiciones inventadas por los filósofos. En este contexto, “intuitivo” significa informal, o semiaxiomático, o quizá preaxiomático; es sinónimo de “ingenuo” *[naive]* , tal como se lo usa, por ejemplo, en la expresión “teoría ingenua (intuitiva) de los conjuntos”, opuesta a “teoría axiomática de los conjuntos”. En consecuencia, puede interpretarse el trabajo de Gódel sobre enunciados aritméticos formalmente indecidibles de la siguiente manera trivial: “Cuanto más restrictivas sean las técnicas de prueba, tanto menos puede probarse”.

Como señalan Nagel y Newman: “La prueba de Gódel no debe ser interpretada como una invitación a la desesperanza o como una excusa para mercaderes de misterios. El descubrimiento de que hay verdades aritméticas que no pueden ser demostradas formalmente no significa que haya verdades eternamente incapaces de ser conocidas, o que una intuición ‘mística’ (radicalmente diferente en cuanto a tipo y autoridad de lo que generalmente obra en los avances intelectuales) deba reemplazar a la prueba convincente”.[33]

En definitiva, los filósofos intuicionistas no tuvieron motivos para alegrarse por el primer teorema de la incompletitud, de Gódel. Primero, porque el teorema, nada intuitivo, es un triunfo de la razón. Segundo, porque no limita el alcance de la razón sino tan sólo de los sistemas axiomáticos que incluyen la aritmética: en efecto, sólo prueba que hay verdades matemáticas que no pueden incluirse en dichos sistemas.

Tampoco el matemático intuicionista puede aprovechar mucho el fracaso parcial del programa formalista de dotar a la matemática de una certeza definitiva por medio del método axiomático y los procedimientos finitistas. La existencia de proposiciones

verdaderas *formalmente* indecidibles no prueba la existencia de la intuición pura ni la necesidad de adoptar una lógica basada en la teoría del conocimiento. Lo que el intuicionista puede exigir con derecho, en cambio, es que, *además* de la lógica formal, se desarrolle una "lógica" metodológica que elucide y formalice las expresiones pragmáticas "demostrable *p*", "indecidible *p*", "refutable *p*", "verosímil *p*", "corroborada *p*" y otras semejantes, todas las cuales aparecen en el lenguaje acerca de hipótesis científicas. Puede afirmarse que los intuicionistas, en virtud de su actitud aposteriorista en lógica —que contrasta con su apriorismo matemático—, están mejor preparados para abocarse a esta tarea que los formalistas y los logicistas. Estos últimos se interesan más por reconstruir y completar el material existente que en nuevos puntos de partida y en los procesos mismos.

2.5. *Intuicionismo matemático e intuicionismo filosófico*

Es indudable que existen otras tesis del intuicionismo matemático. Pero ellas son o bien subsidiarias de las que ya hemos examinado, o bien son muy obviamente inadecuadas. De las siete tesis que hemos analizado, sólo una —la cuarta, relativa al supuesto origen intuitivo de las nociones más seguras— es estrictamente intuicionista en el sentido filosófico. Las tesis restantes son compartidas por muchos matemáticos, lógicos y filósofos que pertenecen a otros campos, o ninguno. Ello es particularmente cierto respecto de la concepción intuicionista de la investigación matemática.

Quien haya hecho algo de matemática admitirá que su dinámica es constructiva, que el matemático no aprehende ideas platónicas preexistentes y que la axiomática es casi siempre una reconstrucción *a posteriori*.[34] Hilbert, el campeón de la axiomática, concedió de buena gana "el gran valor pedagógico y heurístico del método genético".[35] Pero subrayó que el método axiomático es preferible porque proporciona una "presentación definitiva de nuestro conocimiento y ofrece una completa seguridad lógica". (Si hubiese vivido algunos años más habría suprimido "definitiva" y habría reemplazado "completa" por "máxima".) El bourbakiano Dieudonné concede que el razonamiento axiomático generalmente sigue al razonamiento intuitivo, característico de los períodos de expansión, "hasta la revolución siguiente originada por alguna idea nueva".[36]

La adopción del método axiomático ha dejado de ser una característica peculiar del formalismo y el logicismo; se ha difundido tanto que incluso los matemáticos intuicionistas lo emplean. Las diferencias que existen entre estos últimos y los no intuicionistas, en lo que atañe al empleo del método axiomático, parecen reducirse hoy a los siguientes puntos: *a)* los intuicionistas sostienen, con razón, que *ningún sistema formalizado agota una teoría*, porque siempre queda un residuo de ambigüedad en la interpretación de los signos[37] y, agreguemos, porque toda teoría tiene cierto número de *presuposiciones*, todas las cuales no pueden ser desenterradas porque no nos percatamos de todas ellas; *b)* los intuicionistas, también con razón, no creen que la axiomatización sea una *garantía lógica definitiva*. Incluso la formalización, que añade las reglas de formación, transformación y designación al enunciado explícito de los postulados y la enumeración de los conceptos primitivos, está lejos de proveer una cristalización final. La evaluación intuicionista del método axiomático parece ser más realista que la apreciación formalista, puesto que la formalización completa, tal como lo probó Güdel, no ofrece una convalidación definitiva. En cambio, los intuicionistas están equivocados al buscar seguridad en la "intuición pura", puesto que *no hay* una intuición pura ni una seguridad completa.

En cuanto al constructivismo, debe tenerse en cuenta que también los formalistas y los logicistas son constructivistas, aunque a su manera. Los formalistas son constructivistas en cuanto procuran restringir los fundamentos de los sistemas formales a un número finito de términos y procedimientos de prueba finitistas (la famosa *finite Einstellung* de Hilbert). Los logicistas son constructivistas en cuanto se niegan a aceptar la introducción de nuevos entes matemáticos por medio de postulados. Se niegan a aceptar la definición contextual de términos primitivos matemáticos y tratan de reconstruirlos por medios puramente lógicos (v. gr., con la sola ayuda de predicados de la teoría de los conjuntos, tales como "pertenece a" o "está incluido en").

La principal diferencia que existe entre el constructivismo intuicionista y el no intuicionista consiste en que el primero no trata de reconstruir la matemática con unidades lógicas (o de "reducir" la matemática a la lógica como suele decirse incorrectamente). Otra diferencia está en que los intuicionistas no admiten expresiones tales como "para toda propiedad", que aparece, por ejemplo, en el enunciado del principio de inducción matemática.[38] En este sentido el constructivismo intuicionista es menos audaz que el constructivismo formalista, y éste menos que el logicismo. También

es más ingenuo que este último, porque admite la existencia de “nociones inmediatas”, o conceptos intuitivos, que no requieren elucidación.

Sin embargo, los matemáticos y los metamatemáticos no han permanecido dentro de los límites del constructivismo finitista de Hilbert y Brouwer. Así, el procedimiento del encaje de intervalos, tan frecuentemente utilizado en teoría de los conjuntos y en análisis, involucra un número infinito de pasos. El teorema de Bolzano-Weierstrass (“Todo conjunto de puntos infinito y acotado tiene al menos un punto de acumulación”), que ha sido llamado “el pilar que sostiene a todo el análisis”,[39] se prueba mediante ese procedimiento. Además, se han ideado modos de indiferencia transfinita que han permitido demostrar nuevos teoremas y probar nuevas proposiciones que eran indecidibles con métodos más débiles, finitistas. (Véase *El tercero excluido.*) En la actualidad puede convalidarse enunciados elementales de la aritmética, que antes eran justificables de una manera semirrigurosa, con la ayuda de instrumentos más poderosos, lo que constituye una inversión completa del ideal de los intuicionistas y formalistas de alcanzar lo complejo y no intuitivo a través de lo simple e intuitivo. Como ocurre tan a menudo, la vida desborda los diques erigidos por las escuelas.

3. PROS Y CONTRAS

¿Qué queda de la herejía intuicionista? Nuestra evaluación de este movimiento, tendencia conservadora en algunos aspectos y renovadora en otros, conduce a las siguientes conclusiones:

1) *La metafísica intuicionista, tomada de Kant, es oscura y no es atinente a la matemática.* En particular, "la intuición básica de la duidad", o de la sucesión de los números naturales, no es una intuición; si lo fuera, el hombre habría construido la aritmética miles de años antes que cuando lo hizo. Aunque se tratase de una intuición y no de una laboriosa construcción lógica que no fuese necesario considerarla terminada, ello sería tema propio de la psicología de la matemática y no de la matemática pura.

2) *La lógica y la matemática intuicionistas son a menudo contraintuitivas.* Son tan sutiles y complicadas y requieren artificios tan ingeniosos, que muy pocos las dominan, y ello constituye una de las razones por las cuales no encuentran aplicación. Se ha llegado a decir, incluso, que "son tan complicadas que carecen por completo de utilidad".[40] Así, por ejemplo, el cálculo proposicional intuicionista, en lugar de dos operaciones primitivas tiene cuatro, y once postulados en lugar de los cuatro usuales; además, prohíbe la simplificación de la doble negación, puesto que el enunciado "es absurdo que *p* sea absurdo" no es equivalente a "*p* es verdadero". (En cambio, "es falso que *p* sea falso" es equivalente a "*p* es verdadero".) La teoría intuicionista de los conjuntos reemplaza el predicado "es numerable" por seis predicados diferentes, cada uno de los cuales lleva un nombre holandés prácticamente intraducible. Puede ser cierto que esta teoría sea más analítica que la teoría de conjuntos convencional; pero, entonces, ¿por qué llamarla "intuitiva"? En la aritmética ordinaria, si a y b son números reales y $ab = 0$, se sigue que $a = 0$ o $b = 0$; en la aritmética intuicionista esta proposición no puede ser probada antes de demostrar que $a = 0$ o $b = 0$. En la lógica y la matemática ordinarias, siempre que nos encontramos ante un problema sin un conjunto suficiente de premisas, podemos ensayar el método de la prueba indirecta, porque podemos introducir la negación de la conclusión como una nueva premisa;[41] pero el constructivismo intuicionista nos prohíbe hacerlo. ¿Qué físico o qué fisiólogo está dispuesto a aceptar una lógica y una matemática tan débiles y no intuitivas?

Además, entre los propios intuicionistas existen disputas acerca de la claridad de

nociones tan importantes como las de negación y contradicción, que no son aceptadas sin negación. En semejante lógica no puede aparecer el *modus tollens* (si *p*, entonces *q*; ahora bien, no-*q*; en consecuencia, no-*p*), de modo que no puede ser usado para refutar hipótesis por medio de contraejemplos.

3) *La lógica y la matemática intuicionistas dependen de las disciplinas "clásicas" respectivas.* No son contribuciones totalmente nuevas, sino más bien reconstrucciones del material disponible. Si "con el objeto de edificar una rama determinada de la matemática intuicionista es necesario, en primer lugar, poseer un adecuado conocimiento de la correspondiente rama de la matemática clásica",[42] como lo admite Heyting honestamente, entonces la "intuición básica" no puede ser tan fértil como se proclama.

4) *Los requisitos intuicionistas mutilan una parte importante de la matemática moderna*, en particular, de la teoría del infinito y de la teoría de las funciones reales. La mayoría de los resultados de la matemática intuicionista están contenidos en la matemática ordinaria. La metodología intuicionista restringe drásticamente la libertad de creación matemática (recuérdese, en cambio, la famosa sentencia de Cantor: "La esencia de la matemática radica en su libertad"). Del mismo modo, su contraparte en la filosofía de la física —el operacionalismo— nos forzaría a prescindir de las teorías físicas más profundas, fértiles e interesantes, puesto que ninguna de ellas puede ser reducida a un conjunto de conceptos "definidos" operacionalmente.

Paradójicamente, condena por considerarlos carentes de significado, o indemostrables, o incluso falsos, a una multitud de enunciados considerados "intuitivos" por el matemático corriente, por ejemplo, "Todo conjunto es finito o infinito", "Todo número real es positivo, negativo o nulo" y "Toda función continua en un intervalo cerrado tiene por lo menos un máximo". Por excluir una gran cantidad de teoremas que son usualmente considerados "intuitivos" el intuicionismo matemático se destruye a sí mismo.

5) *La lógica intuicionista sólo es aplicable a la matemática intuicionista.* La lógica intuicionista no puede aplicarse a la ciencia fáctica, puesto que rechaza la posibilidad de afirmar proposiciones estrictamente universales, salvo que sean demostradas concluyentemente, lo que es imposible. En realidad, en la lógica intuicionista el enunciado: "Afirmamos que, para todo *x*, *x* tiene la propiedad *P*" significa que *P(x)* es verdadero para todo individuo *x* del universo investigado. Esto, a su vez, significa (por el principio de constructividad) que disponemos de un método para probar que, si se elige

un individuo arbitrario *a* de ese universo ("especie"), a posee la propiedad *P*.[43] Pero ello es imposible en los casos interesantes donde se trata de clases abiertas.

Además, los enunciados predictivos tendrían que ser excluidos de la ciencia si nos sometiésemos al intuicionismo, ya que sólo los acontecimientos futuros pueden tornar a una predicción verdadera o falsa en cierto grado. Sin embargo, no se podría considerar como ciencias a las ciencias naturales y sociales si no dan lugar a predicciones, cuya obtención nos obliga a asignar un valor de verdad *potencial* a los enunciados predictivos. Si queremos formular predicciones, estamos obligados a tratarlas *como* si fuesen capaces de resultar verdaderas o falsas, pero el intuicionismo lo prohíbe y nos exige abstenemos de formular afirmaciones no probadas. Como consecuencia, los científicos naturales emplean la lógica no intuicionista; lo que no quiere decir que les satisfaga del todo.

6) *Las restricciones intuicionistas han sido fértiles en otra dirección:* han estimulado la búsqueda de demostraciones nuevas y directas de teoremas matemáticos ya conocidos, así como la reconstrucción de conceptos previamente inventados (p. ej., los números reales). A este respecto, la contribución más sensacional en los últimos tiempos ha sido la de Bishop[44] quien logró "constructivizar" por sí solo una buena parte del análisis "clásico". Con todo, ciertos teoremas estándar del análisis quedan fuera del análisis constructivo. Entre ellos se destaca un teorema sin duda *intuitivo* y de *uso diario* en física: "Toda función continua que posee un valor negativo y otro positivo en un intervalo dado se anula en algún punto del mismo". Este teorema no es admitido por los intuicionistas porque no va acompañado de un algoritmo para calcular el punto preciso en que se anula la función en cuestión. (El algoritmo existe pero es materia del cálculo numérico.)

En resolución, aun cuando la matemática intuicionista ha avanzado mucho desde los tiempos de Brouwer y de Heyting, todavía no ha logrado "constructivizar" la totalidad de la matemática "clásica".

Las nuevas demostraciones son siempre bienvenidas, especialmente si ponen de relieve nuevas conexiones; y también son bienvenidos los nuevos procedimientos para la formación de conceptos, de manera particular si contribuyen a su elucidación. Pero los aportes intuicionistas no compensan el imponente cuerpo teórico que el intuicionista nos pide que sacrifiquemos.

7) *La lógica y la filosofía de la lógica intuicionista contienen novedades positivas.* Ante todo, los intuicionistas, y en particular Heyting, han hecho un esfuerzo serio por

construir una "lógica" gnoseológica capaz de reproducir la marcha real de la investigación científica.

Los defectos de lo que se ha logrado hasta ahora no deben apuntarse en contra de la tentativa misma.

En segundo lugar, esta lógica tiene una interesante interpretación como cálculo de problemas.[45] En este modelo, debido a Kolmogoroff (1932), el condicional "si *p* entonces *q*" se interpreta así: "dada una solución del problema *p*, hallar una solución del problema *q*". Debe subrayarse la importancia de la lógica de problemas, puesto que, después de todo, toda tarea científica comienza con algún problema y a menudo concluye planteando nuevos interrogantes. Tarski (1938) ha propuesto otra interpretación de la lógica intuicionista y ha establecido un isoformismo entre el cálculo proposicional intuicionista y la topología.[46] Todo esto prueba que la lógica intuicionista es un sistema coherente y rico, pero no que constituya la sintaxis correcta del discurso.

En tercer lugar, los lógicos intuicionistas han replanteado valientemente el espinoso problema del *fundamento* de nuestra elección entre pautas inferenciales, problema que bien puede carecer de solución definitiva, puesto que no es un problema estrictamente lógico, sino empírico-lógico. Sólo la experiencia, incluida la experiencia del trabajo matemático, puede sugerir motivos para adoptar esta o aquella pauta de inferencia, este o aquel procedimiento de prueba y, en general, este sistema de lógica o aquel otro. Las *teorías* lógicas son formales, pero la elección entre ellas depende no sólo de consideraciones lógicas sino también de la experiencia y de toda nuestra concepción del mundo.

8) *La psicología de la invención matemática que propugna el intuicionismo es más realista que la teoría lúdica o convencionalista*, porque reconoce que la invención matemática es un proceso mental, por ser una concepción dinámica y no estática,[47] y porque insiste en la importancia de los elementos no deductivos y no formales en el trabajo matemático. Pero estas ideas no son propiedad exclusiva del intuicionismo, sino que han sido sostenidas por evolucionistas y materialistas,[48] por pragmatistas[49] y por numerosos matemáticos aislados, antes y después de Brouwer.[50]

Además, el intuicionismo no es suficientemente historicista. Da por sentado que la intuición es invariable y universal, hasta el punto de que "los conceptos de ente abstracto y de sucesión de tales entes son claros para todo ser humano normal, incluso para los

niños de corta edad",[51] afirmación que objetarán sin duda los psicólogos (particularmente Piaget) y los antropólogos.

Como dice Freudenthal: "¿Quién debe decidir la cuestión de saber qué es intuitivo? ¿Un salvaje o un bebé que aún no han sido influidos por nuestra civilización geométrica, o el hombre medio, cuyo espacio intuitivo ha sido conformado por nuestras calles rectilíneas, bordeadas por muros paralelos, y gracias a la experiencia de todos esos productos de la técnica que le sugieren la validez de los axiomas euclidianos?".[52]

Vemos, pues, que el intuicionismo matemático tiene elementos positivos y negativos. Los primeros, los elementos realistas, se refieren a la lógica y a la psicología de la matemática; los negativos, aprioristas y limitadores, se refieren a los "fundamentos" y métodos de la matemática.

Lo que el intuicionismo matemático debe al intuicionismo filosófico no es mucho y, en todo caso, se trata del intuicionismo de Kant y no del intuicionismo antiintelectualista de muchos románticos y posrománticos, aunque Weyl y Heyting buscaron ocasionalmente apoyo en citas de Husserl. Además, los contactos del intuicionismo matemático con el filosófico son precisamente los que *no* admiten los matemáticos en su gran mayoría. El matemático corriente, en el caso de que se ocupe de la filosofía de la matemática, no simpatiza con el intuicionismo por cuanto éste busca una fundamentación o justificación *a priori*, o porque preconiza una oscura "intuición básica" como la fuente de la creación matemática o porque sostiene que dicha fundamentación intuitiva es la única garantía de certidumbre. El intuicionismo lógico y el intuicionismo matemático son apreciados en cierta medida, a pesar de sus dogmas peculiares, porque han contribuido, aunque quizá no tanto como los trabajos de Gödel, a desintegrar otros dogmas, en particular el formalista y el logicista.

Ya nadie que se ocupe de los llamados fundamentos de la matemática y de la lógica tiene derecho de adoptar el tono seguro, triunfal y definitivo de los formalistas y logicistas de principios de siglo, que creían haber edificado "fundamentos" infalibles y, por consiguiente, definitivos. Las teorías matemáticas son sistemas *hipotético*-deductivos. No parten de certidumbres sino de suposiciones, esto es, enunciados corregibles, o por lo menos enunciados que pueden ser reformulados y reordenados en interés de la coherencia, la profundidad y la fecundidad. Las proposiciones que se toman como básicas en una sistematización dada no constituyen intuiciones incorregibles sino *hipótesis provisorias*, casi tanto como las de la ciencia fáctica. Han pasado ya los

tiempos de los fundamentos inmutables, perfectos y seguros. No es que la matemática carezca de fundamentos, sino que éstos son cambiantes, y que la mayoría de las teorías matemáticas están tan alejadas de los fundamentos, que cambian poco o nada cuando éstos se modifican. (P. ej., la derivada del seno sigue siendo el coseno, sea que se adopte una fundamentación conjuntista, categorial o intuicionista.)

Las teorías, sean formales o fácticas, no son como los edificios que se desmoronan al reponer sus cimientos, sino que son más bien como organismos en crecimiento, cuyas partes son perecederas y se controlan mutuamente.

El intuicionismo matemático ha tenido, pues, el mérito de toda nueva ortodoxia: suscitar desconfianza por las viejas ortodoxias. Otro motivo por el cual se aprecia a los intuicionistas es su actitud experimental o exploratoria respecto de las leyes de la lógica y del problema de la verdad. Y esta actitud experimental, tanto como la oposición a dogmas que parecían inconmovibles, no son precisamente características del intuicionismo filosófico, sino que, más bien, acercan al intuicionismo lógico al materialismo, al empirismo y al pragmatismo. Por consiguiente, el nombre adoptado por la escuela de Brouwer resulta en gran medida inadecuado.[53]

1. Pueden encontrarse excelentes ejemplos de construcciones matemáticas antiintuitivas en Rey Pastor, Introducción a la matemática superior (1916), y Hahn, The Crisis of Intuition (1933). Debe observarse, sin embargo, que estos contraejemplos no afectan al intuicionismo matemático, que proclama la existencia de una intuición pura (no sensible) y deja a un lado la intuición geométrica. Por tanto, Hahn, op. cit., y Schlick, en su Allgemeine Erkenntnislehre (1925), p. 323 y ss., no prueban su tesis de que la intuición pura, en el sentido kantiano, no es confiable (la que, empero, permanece correcta), porque solamente citan ejemplos del fracaso de la intuición sensible en la matemática.

2. El paralelo entre el logicismo y el realismo (o platonismo), entre el formalismo y el nominalismo (o signismo), y entre el intuicionismo y el conceptualismo, ha sido señalado, entre otros, por Quine, From a Logical Point of View (1953), pp. 14-15.

3. Heyting, "Intuitionism in Mathematics" (1958).

4. Brouwer, "Intuitionism and Formalism" (1913).

5. Heyting, "Die intuitionistische Grundlegung der Mathematik" (1931), "La conception intuitionniste de la logique" (1956), e Intuitionism: An Introduction (1956); Bishop, Foundations of Constructive Analysis (1967); Dummett, Elements of Intuitionism (1977).

6. Von Neumann, "Die formalistische Grundlegung der Mathematik" (1931).

7. La validez de la lógica descansa en su buen funcionamiento en la matemática y en las ciencias fácticas, y la validez de la matemática consiste en su obediencia a las leyes lógicas. Éste no es un círculo vicioso, sino un

proceso de aproximaciones sucesivas, como lo señaló Bôcher, "The Fundamental Conceptions and Methods of Mathematics" (1905). Véase también Goodman, Fact, Fiction and Forecast (1954).

8. Beth, "Semantic Construction of Intuitionistic Logic" (1956).

9. Hilbert, "Über das Unendliche" (1925).

10. Heyting, Intuitionism: An Introduction (1956), p. 89: "La característica del pensamiento matemático es que no proporciona verdades acerca del mundo externo, sino que sólo se ocupa de construcciones mentales". En cambio, Brouwer considera las leyes matemáticas como leyes de la naturaleza; véase su "Intuitionism and Formalism" (1913).

11. Cf. Carnap, Foundations of Logic and Mathematics (1939) y Bunge, La investigación científica (1983).

12. Heyting, Intuitionism: An Introduction (1956), p. 6.

13. Dieudonné, "L'axiomatique dans les mathématiques modernes" (1951), p. 51.

14. Baldus, Formalismus und Intuitionismus in der Mathematik (1924), pp. 31-32. Las ideas de Hilbert pueden verse en su Grundlagen der Geometrie, apéndices a las últimas ediciones.

15. Hilbert, "Über das Unendliche" (1925).

16. Hilbert y Cohn-Vossen, Anschauliche Geometrie (1932).

17. Hilbert, cita 15.

18. Quienes se ocupan de objetos abstractos adquieren una "intuición" de éstos. Véase Dieudonné, loc. cit.

19. Heyting, "Some Remarks on Intuitionism", en Heyting (compilador), Constructivity in Mathematics (1959), p. 70.

20. Bridgman, Reflections of a Physicist (1955), p. 101 y ss.

21. Weyl, Philosophy of Mathematics and Natural Science (1926-1949), pp. 50-51.

22. Cf. Andrzej Grzegorczyk, "Soine Approaches to Constructive Analysis", en Heyting (compilador), Constructivity in Mathematics (1959), p. 43.

23. Heyting, nota 19.

24. Heyting, "La conception intuitionniste de la logique" (1956), p. 223.

25. Cf. Black, The Nature of Mathematics (1933), p. 190.

26. Kant, Kritik der reinen Vernunft, p. 741 y ss.

27. Weyl, Philosophy of Mathematics and Natural Science (1926-1949), p. 51.

28. Heyting, "Die intuitionistische Grundlegung der Mathematik" (1931), p. 113.

29. La constante de Euler-Mascheroni puede definirse de varios modos. Uno de ellos es éste:

$$C =_{df} \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \log. n \right) = 0{,}57721566\ldots$$

30. En otras palabras, proponemos considerar la función verdad, que asigna valores de verdad a proposiciones, como una función parcial (no definida para las proposiciones aún no puestas a prueba). Véase nuestro Treatise on Basic Philosophy, vol. 2, cap. 8 (1974).
Para una defensa de la distinción entre la verdad y el conocimiento de la verdad, cf. Baylis, "Are Some Propositions Neither True Nor False?" (1936).

31. Heyting, "La conception intuitionniste de la logique" (1956), p. 288.

32. Véase Bunge, The Myth of Simplicity (1963), cap. 8, y Treatise on Basic Philosophy, vol. 2 (1974), cap. 8, donde se exponen dos teorías matemáticas de la verdad parcial, por cierto ambas defectuosas.

33. Nagel y Newman, Gódel's Proof (1958), p. 101.

34. Véase Courant y Robbins, What is Mathematics? (1941).

35. Hilbert, Grundlagen der Geometrie, Apéndice VI (1900).

36. Dieudonné, "L'axiomatique dans les mathématiques modernes" (1951), pp. 47-8.

37. Heyting, Intuitionism: An Introduction (1956), p. 102. La ambigüedad y la vaguedad de los signos, aun de signos lógicos básicos tales como “no”, fueron señaladas por el eminente logicista Russell en “Vagueness” (1923). Pero la consecuencia señalada por Heyting no parece haber sido advertida.

38. Véase Carnap, “Die logizistische Grundlegung der Mathematik” (1931).

39. Waismann, Introduction to Mathematical Thinking (1951), p. 196.

40. Curry, Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics (1951), p. 61.

41. Véase Suppes, Introduction to Logic (1957), p. 41.

42. Heyting, Intuitionism: An Introduction (1956), p. viii.

43. Heyting, Ibid., p. 102.

44. Bishop, Foundations of Constructive Analysis (1967).

45. Véase Wilder, The Foundations of Mathematics (1932), pp. 246-47.

46. Tarski, Logic, Semantics, Metamathematics (1956), cap. XVII.

47. Black, The Nature of Mathematics (1956), sec. 3, ha insistido particularmente sobre este punto, pero ha descubierto el candor de la psicología del trabajo matemático esbozada por los intuicionistas.

48. Cf. Struik, “Mathematics”, en Sellars, McGill y Farber (compiladores), Philosophy for the Future (1949).

49. Cf. Dewey, Essays in Experimental Logic (1916).

50. Cf. Bôcher, “The Fundamental Conceptions and Methods of Mathematics” (1905) y Denjoy, “Rapport général” (1949). Este último constituye un ataque notablemente violento contra el formalismo bourbakiano. La crítica de los bourbakianos no fue menos virulenta; sirva de testimonio la queja de Weil en “L’avenir des mathématiques” (1948), p. 318, acerca del estado de la matemática moderna al promediar el siglo en Francia, donde “la extrema rigidez de una jerarquía mandarinat fundada en instituciones académicas anacrónicas, condena al fracaso toda tentativa renovadora, salvo que sea puramente verbal”. Los matemáticos posbourbakianos, en particular los que se dedican a la lógica y a los fundamentos de la matemática, se quejan de que, una vez llegados al poder, los antiguos revolucionarios se erigieron en un nuevo mandarinato que entorpece el progreso de la matemática por cauces nuevos.

51. Heyting, Intuitionism: An Introduction (1956), p. 13.

52. Freudenthal, “Le développement de la notion d’espace depuis Kant” (1959), p. 8.

53. El profesor Heyting se manifestó de acuerdo con esta conclusión en una conversación con el autor en 1960.

III
La intuición de los científicos

1. TIPOS DE INTUICIÓN

1.1. *Una fábula sobre el método*

No pocos filósofos son responsables de la difundida fábula según la cual los científicos usan de dos métodos bien recortados y estandarizados mediante los cuales pueden abordar cualquier problema de conocimiento. Tales métodos serían los procedimientos deductivo e inductivo que, así se supone, permiten a los científicos prescindir del tanteo, la corazonada y, acaso, también del talento (como creía Bacon, con sólo adoptar sus reglas). De acuerdo con esta fábula, el matemático no necesitaría sino "deducir conclusiones necesarias de premisas claras"; sin embargo, no se ofrece "método" alguno para obtener las premisas.[1] Y el físico —si hemos de creer en la religión del método— sólo tendría que resumir en generalizaciones inductivas los resultados de sus observaciones; empero, no se dice por qué efectúa esas observaciones ni cómo se las arregla para diseñarlas e interpretar sus resultados.[2]

Pocas cosas hay más ridículas e ineptas que esta caricatura del trabajo científico. Quienquiera haya trabajado alguna vez en ciencia sabe que el científico, sea matemático, naturalista o sociólogo, hace uso de *todos* los mecanismos psíquicos y que no es capaz de controlarlos todos ni puede determinar siempre cuál ha intervenido en cada caso. En cualquier trabajo científico, desde la búsqueda y el planteo del problema hasta el control de la solución, y desde la invención de las hipótesis-guías hasta su elaboración deductiva, intervienen la percepción de cosas, acontecimientos y signos; la imaginación o representación visual; la formación de conceptos de diverso grado de abstracción; la comparación que lleva a establecer analogías y la generalización inductiva junto con la loca conjetura; la deducción, tanto formal como informal; análisis toscos y refinados, y probablemente muchas otras maneras de formar, combinar y rechazar ideas, pues, digamos de paso, la ciencia está hecha de ideas y no de hechos.

Cuando no sabemos exactamente cuál de dichos mecanismos ha intervenido, cuando no recordamos las premisas ni tenemos clara conciencia de los procesos inferenciales o cuando no hemos sido suficientemente rigurosos y sistemáticos, entonces tendemos a

decir que todo ha sido obra de la *intuición.* La intuición es el cajón de sastre donde colocamos todos los mecanismos intelectuales que no sabemos analizar o nombrar con precisión, o que no tenemos interés en hacerlo.

La siguiente es una enumeración de los usos del término “intuición” más frecuentemente aceptados en la literatura científica contemporánea: percepción rápida, imaginación, razonamiento abreviado y sentido común.[3] Analicémoslos.

1.2. *La intuición como percepción*

1) *Identificación rápida* de una cosa, un acontecimiento o un signo.

Está claro que la aprehensión de un objeto físico, es decir, la intuición sensible, depende de la acuidad perceptual del sujeto, su memoria, su inteligencia, su experiencia (el microscopista ve múltiples cosas que escapan a quien no lo es) y su información. (De manera general, no percibimos lo que no estamos preparados para descubrir. No hay como creer para ver.) Las personas sensorialmente obtusas o inexperimentadas o simplemente tontas no son buenas observadoras; sus intuiciones sensibles son inexactas, es decir, su poder de discriminación o, lo que es lo mismo, su poder de identificación es pequeño.

Adviértase la limitación de la intuición sensible: nos da lo que en alemán se denomina *Kennen*[4] y lo que Russell llamó conocimiento por familiaridad *(knowledge by acquaintance)*,[5] esto es, captaciones directas e inarticuladas de objetos singulares y concretos. La intuición sensible no es sino la materia prima para el *Erkennen* o *conocimiento por descripción* o *conocimiento explícito* (por oposición a *tácito*). La intuición sensible es, pues, precientífica: tiene lugar en el trabajo científico, pero no en la ciencia como producto de ese trabajo. El conocimiento científico no consiste en la percepción sino en la elaboración y el trascender la percepción.

2) *Comprensión clara* del significado o las relaciones mutuas de un conjunto de signos (p. ej., un texto o un diagrama).

Es en este sentido que decimos de un autor que sus descripciones y explicaciones son intuitivas o intuitivamente claras: sus ideas están expuestas con términos simples y familiares *para nosotros*, o recurre a ejemplos y metáforas que excavan en nuestra memoria y excitan nuestra imaginación. Del mismo modo, decimos que comprendemos

intuitivamente una cadena deductiva en su conjunto, aun cuando se nos escape algún eslabón. Más aún, juzgamos que un raciocinio carece de “fuerza demostrativa”, desde el punto de vista psicológico, si es demasiado largo o complicado; así ocurrirá, por ejemplo, cuando el razonamiento se interrumpe aquí y allá para la demostración de numerosas proposiciones auxiliares (lemas) o cuando el análisis lógico ha sido llevado demasiado lejos respecto de nuestras necesidades presentes.

Desde luego que la comprensión clara de un conjunto de símbolos dependerá no sólo de los símbolos mismos —que pueden parecernos feos e incómodos como los caracteres góticos, o nítidos y sugerentes como las letras latinas—, sino también, y principalmente, de nuestra capacidad y entrenamiento previo. El principiante puede “intuir” ciertos objetos, pero el iniciado captará además ciertas relaciones y complejidades que escaparán al novato.

Dado que lo característico del enfoque formal de la matemática y la lógica es la insistencia en las relaciones o estructuras y no en los términos o entidades relacionados, se puede decir que el especialista en estructuras abstractas, como la de grupos, desarrolla una intuición para su manejo, lo que es una manera docta de decir que se *familiariza* con dichas estructuras.

Obsérvese que lo que es psicológicamente obvio no tiene por qué ser lógicamente inmediato. Hay teoremas muy “obvios” cuya formulación puede ser entendida por un colegial, pero que son muy difíciles de demostrar; por ejemplo, muchos teoremas de la teoría de números y, en diversos sistemas lógicos, (p. ej., el intuicionista) la muy intuitiva fórmula “Si *P* entonces *P*”. Igualmente, algunas relaciones son “obvias” (esto es, psicológicamente simples) y a pesar de ello son difíciles de analizar, por ejemplo la relación de simultaneidad. Por tal motivo no hay peor trampa que los inocentes “naturalmente”, “obviamente”, “es fácil ver que” y “se sigue inmediatamente”, pues a menudo esconden dificultades, y a veces ellas no han sido resueltas por quienes enuncian dichas expresiones.

3) *Capacidad de interpretación*, esto es, facilidad para interpretar correctamente signos artificiales.

Hablamos así, de personas que poseen “intuición física” y de otras que carecen de ella. Las primeras “ven” en las fórmulas, mientras no sean demasiado complicadas, algo más que signos matemáticos: comprenden su significado físico, saben leer las ecuaciones en términos de propiedades, sucesos o procesos. Por ejemplo, el físico teórico tenderá a

interpretar el cuadrado de una magnitud como candidato para alguna forma de energía, una matriz como una tabla de transiciones posibles entre diferentes estados, una integral de Fourier como un paquete de ondas, un desarrollo en funciones ortogonales como una superposición de estados, un conmutador del tipo HA-AH como velocidad de cambio, etc. Habilidad para simbolizar, cierta experiencia de interpretación y capacidad para relacionar con rapidez asuntos aparentemente inconexos, es todo cuanto se esconde bajo la palabra "intuición" en este caso.

No sólo los físicos sino también los matemáticos desarrollan cierta capacidad para interpretar signos artificiales. Es más fácil construir primero una teoría concreta, cuyos términos básicos (primitivos) tienen un significado determinado, y luego eliminar eventualmente tales referencias específicas, obteniendo así una cáscara vacía, esto es, una teoría abstracta, que proceder a la inversa. Puede asignarse, entonces, a la teoría abstracta diversas interpretaciones, y entre ellas la que le dio origen. Esta ausencia de referencias específicas tiene las ventajas de poner de manifiesto la estructura esencial del sistema (cf. *La "Wesensschau" de Husserl*, cap. I) y lograr la mayor generalidad posible. Una cáscara vacía puede llenarse de una variedad de contenidos o significados.

Así, por ejemplo, el cálculo de probabilidades se desarrolló primero como una teoría de expectativas, es decir, como una teoría psicológica, y como una teoría de los hechos contingentes, esto es, como una teoría física. Todavía en la actualidad la mayor parte de los libros de texto elementales sobre probabilidad hablan de probabilidades sólo en términos de creencias o acontecimientos. Pero el especialista advierte que éstas no son sino dos *interpretaciones* lógicamente posibles de una teoría que debe formularse como un sistema abstracto o no interpretado.

La expresión *"P(x, y)"*, que aparece en la teoría de la probabilidad puede interpretarse como "la probabilidad del hecho casual *x* en la serie *y* de hechos similares". La consideración de la teoría de la probabilidad como sistema semántico (interpretado) tiene una clara ventaja heurística: es más fácil pensar en términos específicos, en particular términos visualizables, tales como "suceso". Por otra parte, estas especializaciones han oscurecido la naturaleza misma de la teoría de la probabilidad. En particular, han alimentado las famosas interpretaciones erróneas de la probabilidad como "nada más que" una relación lógica, y, por consiguiente, de la teoría como una rama de la lógica, así como la interpretación de la probabilidad como "nada más que" una frecuencia límite de los sucesos, y de aquí el cálculo de probabilidades como una ciencia natural.

Una adhesión similar por parte de los geómetras a las figuras y los cuerpos ha favorecido la creencia de que la geometría es la ciencia del espacio físico (recuérdese la expresión “geometría sólida”) y obstruyó el desarrollo de geometrías no representativas. La capacidad de interpretación es una maravillosa muleta; pero, ¿quién preferirá arrastrarse con la ayuda de muletas si tiene la posibilidad de correr?

Contrariamente a la opinión común entre los semánticos, pienso que la capacidad interpretativa no puede mecanizarse o trivializarse formulando explícitamente todas las reglas de designación y los postulados de interpretación que confieren significado a los símbolos en juego. Una razón de esto es que tales reglas y postulados no *agotan* el significado; tanto el cuerpo de presuposiciones de la teoría como su ulterior desarrollo contribuyen a su significado. Además, todo símbolo se halla rodeado de un halo de vaguedad, a pesar de los esfuerzos que hagamos para especificar su significado de manera precisa.

El conjunto de un cuerpo de conocimientos, y aun algunos sectores adyacentes, pueden especificar sin ambigüedad el significado de sus signos descriptivos o constantes temáticas. Con todo, la operación de interpretar no es mecanizable, como lo muestran las dificultades halladas tan a menudo para interpretar los resultados que se derivan nítidamente de las suposiciones de una teoría bien conocida en los demás respectos. Si la tarea de interpretar un formalismo fuese tan automática como cree la mayoría de los semánticos, no habría dificultad alguna para interpretar, por ejemplo, las fórmulas de la teoría cuántica.

Las reglas de designación y los postulados de interpretación fijan el uso de los términos en un sistema, describen brevemente su significado y lo determinan en parte. Pero el contenido total de un sistema de signos está dado por las presuposiciones de la teoría, por las fórmulas generales que contiene (v. gr. los enunciados de leyes) y por la información empírica específica (v. gr. valores numéricos) que la teoría puede absorber.

De aquí que el proceso de interpretación, que es interminable, puede ser caracterizado como lógico, aunque no como totalmente deductivo, en cuanto hace uso de las relaciones lógicas que existen entre los términos de una pieza de discurso dada. La relación entre ciertas construcciones (símbolos, conceptos, proposiciones) y las correspondientes experiencias sensoriales no es lógica sino “intuitiva”, como lo señaló Einstein. Pero, por supuesto, estas relaciones no pertenecen a las teorías científicas; sólo tienen lugar en la convalidación y aplicación de las mismas.

Debe observarse que el empleo legítimo de la capacidad interpretativa ha sido restringido a los signos *artificiales*, excluyendo así del campo de la ciencia la intuición del "significado" de los signos naturales o sociales. Es cierto que con frecuencia establecemos el "significado" de complejos de signos naturales, por ejemplo, el aspecto de una persona, sus posturas y sus gestos de una manera veloz y sinóptica. Tal cosa hacemos cuando damos un informe acerca de su personalidad sobre la base de una única entrevista. Pero el hecho es que este tipo de diagnósticos, basados en la "impresión" o la intuición, muy frecuentemente resultan erróneos. Ningún psicólogo científico se atreverá a trazar un perfil de la personalidad de una persona basándose sólo en una entrevista. La interpretación intuitiva de los signos *naturales o sociales* sin la ayuda de tests y teorías es tan engañosa en psicología como en física; por tanto, no pertenece a la ciencia o, si se prefiere, constituye una actividad protocientífica.

1.3 *La intuición como imaginación*

4) *Capacidad de representación* o intuición geométrica: se trata de la habilidad para representar o imaginar visualmente objetos ausentes, y también para construir imágenes, réplicas visuales o dinámicas, o modelos de entidades abstractas.

La capacidad de representación puede considerarse como una especialización de la capacidad de interpretar que tratamos anteriormente (párrafo 1.2). La llamada *intuición geométrica*, o *intuición espacial*, es precisamente la habilidad para: *a)* formar conceptos geométricos (v. gr. de una curva) por abstracción de intuiciones sensibles (v. gr. de una banda o cuerda física), y *b)* asociar conceptos aritméticos, algebraicos o analíticos con figuras geométricas.

Los orígenes de la matemática, así como su enseñanza elemental, están íntimamente conectados con la representación geométrica. Pero también lo están la mayor parte de las tentativas de organizar materiales abstractos. Así, por ejemplo, los diagramas abundan en la teoría de las categorías, que es una de las más abstractas de toda la matemática. Incluso el discurso filosófico puede aclararse con la ayuda de diagramas. A medida que se separaba de la fenomenología y evolucionaba hacia cierto tipo de realismo, Nicolai Hartmann se hacía cada vez más aficionado a los diagramas para ilustrar sus ideas; su *Einführung in die Philosophie* está profusamente ilustrada con dibujos lineales.

Piénsese en la convicción psicológica que se logra si se correlacionan la reglas operatorias de la aritmética y el álgebra con operaciones geométricas. Por ejemplo, con el fin de "mostrar" (no demostrar) la igualdad $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ se puede dibujar un rectángulo de lados $a + b$ y $c + d$ y dividir el primer lado en los segmentos a y b, el segundo en los segmentos c y d. La figura sugerirá inmediatamente la validez de la igualdad en cuestión por medio de la "identificación" de los productos invisibles ac, ad, etc., con las áreas de las regiones visibles de la figura. En realidad no se trata de identificación sino de correspondencia biunívoca; empero, es más eficaz didácticamente hablar de identificación.

Cuando estudiamos una función con la ayuda de su representación gráfica, recurrimos a la llamada intuición geométrica; en ella nos apoyamos incluso cuando tratamos de llegar a una decisión preliminar acerca de la convergencia de una integral. Cuando estuve preso, privado de lápiz y papel, una de mis experiencias más gratificadoras era imaginar el comportamiento de ciertas integrales que dependían muy sensiblemente de ciertos parámetros. Esta visualización me ayudó a resolver problemas con los cuales había luchado en vano durante bastante tiempo. Del mismo modo, el diagrama de Argand-Gauss para números complejos, las líneas de nivel para funciones de variable compleja y el circuito de integración son todos auxiliares visuales de los cuales puede prescindirse en una reconstrucción formal; pero ¿por qué hemos de prescindir de ellos durante el período de construcción si son provechosos como los diagramas de Euler-Venn en el cálculo de clases?

Cuando Newton (1642-1727) llamaba "fluentes" a nuestras funciones y "fluxiones" a nuestras derivadas, establecía una correlación entre entes analíticos y variables cinemáticas (posición y velocidad) que le servía de poderoso recurso heurístico. Decimos que obraba intuitivamente, aunque Berkeley (1685-1753) se quejaba, en *The Analyst*, de que las fluxiones de orden superior al primero no podían existir, puesto que no eran intuibles. La intuición geométrica y la cinemática —de personas entrenadas en matemáticas y en física— han desempeñado un papel muy importante en la invención del cálculo infinitesimal, en la deducción de teoremas verdaderos y también en la ocultación de dificultades lógicas que más tarde fueron superadas en la reconstrucción no intuitiva (la llamada aritmetización del análisis).

Se ha señalado a menudo los límites de la intuición geométrica (véase *Raíces matemáticas y filosóficas,* capítulo II). Captamos intuitivamente las discontinuidades de

una función y de su primera derivada, puesto que las primeras tienen un correlato visual en las discontinuidades de la gráfica que las representa, y las segundas en las desviaciones bruscas de la tangente. Pero es casi imposible "percibir" las discontinuidades de las derivadas segundas, asociadas con cambios bruscos en el radio de curvatura; y para las derivadas del orden superior es simplemente imposible concluir nada acerca de la continuidad con la sola ayuda de la vista. También se "ve" fácilmente que la serie infinita $1 + 1/2 + 1/2^2 + 1/2^3 + \ldots$ tiene una suma finita. Pero ¿por qué no "vemos" que la serie armónica $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \ldots$ suma infinito?

En gran parte de su tarea, el matemático no puede apoyar sus razonamientos abstractos sobre intuiciones visuales y sobre la intuición geométrica que se apoya en ellas. Pero también aquí intervienen las diferencias temperamentales y de *background.* Las jóvenes generaciones de matemáticos manejan complicadas relaciones sin emplear diagramas, mientras que las generaciones más viejas pensarán que el trabajo con relaciones *requiere* siempre el uso de modelos concretos. El filósofo Reichenbach llegó al extremo de afirmar que "es totalmente imposible pensar en forma abstracta sobre relaciones", de lo que concluyó que el empleo de gráficos en geometría no es sólo cuestión de conveniencia, sino que "descansa en una necesidad básica del pensamiento humano".[6] Debemos tener el cuidado de no atribuir nuestras propias características y experiencias personales a las necesidades inmutables del pensamiento humano, al estilo de los racionalistas tradicionales.

Las intuiciones geométricas y cinemáticas aparecen también, por supuesto, en física, donde es usual y útil construir modelos visuales de diversos tipos. Está de moda sostener, sin embargo, que en la física actual no se dan intuiciones, e incluso que es totalmente antiintuitiva, en el sentido de que ha abandonado por completo los modelos geométricos y cinemáticos en escala atómica. Ello es simplemente falso. La teoría cuántica, en su interpretación habitual (no así en diversas interpretaciones heterodoxas),[7] ha abandonado los modelos corpusculares del tipo imaginado por Dalton, y también los modelos cinemáticos como el modelo planetario del átomo ideado por Bohr. La mecánica cuántica no habla de minúsculas bolitas que se mueven a lo largo de trayectorias perfectamente determinadas. En cambio, emplea auxiliares intuitivos diferentes, tales como las nubes de probabilidad (tan usadas por los químicos teóricos con el nombre de orbitales moleculares), la distribución de cargas (v. gr. dentro del protón y del neutrón), los gráficos de dispersión de Feynman, el modelo de las capas nucleares, e innumerables

modelos más.

Lo que es nuevo en los auxiliares visuales de la física cuántica, en relación con los modelos visuales de la física clásica, es: *a)* que no todos se proponen representar objetos y acontecimientos individuales, sino más bien la distribución estadística de propiedades (v. gr. masa, carga, velocidad) entre enormes conjuntos de microsistemas similares, y *b)* que no son todos *representaciones literales* de cosas y hechos objetivos, sino que algunas de las imágenes pueden ser simbólicas, no figurativas e incluso (como ocurre con los gráficos de Feynman)[8] recursos mnemónicos útiles para el cálculo.

Sea como fuere, tanto el físico teórico, como el matemático emplean imágenes visuales de algún tipo. Al hacerlo, se dice que piensan de una manera intuitiva o pictórica (*anschauliches Denken, pictorial thinking*). La teoría de los espacios de Hilbert, en la que se interesan, tanto los matemáticos como los físicos, puede desarrollarse sin recurrir a una sola imagen visual; pero resulta ventajoso considerar las funciones de base como ejes de coordenadas en un espacio de infinitas dimensiones, y una función cualquiera como un vector en dicho espacio. De esta manera, el postulado de la mecánica cuántica, según el cual la medición de una variable física produce una reducción del paquete de ondas que representa al sistema físico, es denominado, pictóricamente, el postulado de proyección. Se visualiza como la proyección, en virtud de un acto de medición, del vector de estado sobre uno de los ejes del espacio funcional.

La representación imaginativa o fantasía visual (lo que Mach llamó *Phantasie-Vorstellung*) es una buena muleta del raciocinio puro, pero no lo reemplaza; lo refuerza psicológicamente, no lógicamente. Los modelos visuales no son muy útiles en las teorías de campo y en la mecánica estadística, y la sujeción a la imagen visual obstruirá a menudo la generalización y la aprehensión de cualidades y relaciones no visualizadas. Propiedades como la masa, la carga y el *spin* sólo pueden ser visualizadas simbólicamente; no se ajustan al programa de Descartes de reducir toda la física a *figures et mouvements*.

Sin embargo, puesto que toda teoría es un conjunto de ideas representables por medio de signos (verbales o visuales), el trabajo teórico exige siempre capacidad de interpretación y de representación. Es incorrecta, pues, la dicotomía abstracto-intuitivo, tan en boga durante la primera mitad de nuestro siglo, en relación con la física: y, desde luego, es una mentira de la propaganda nacionalista que las llamadas teorías "abstractas" son creaciones semitas, mientras que las "intuitivas" (esto es, las buenas) son arias, como

se afirmaba en el Tercer Reich.[9] Lo cierto es que algunas personas son "visualistas" y otras no, y que "probablemente todo visualista tiende a hacer uso de muchas más imágenes de las que objetivamente necesita para llevar a cabo su pensamiento".[10] Si la mayoría de los matemáticos de las viejas generaciones piensan con la ayuda de imágenes vagas, tal como parecen haberlo establecido las investigaciones de Hadamard,[11] ¿por qué no han de utilizar imágenes mentales los físicos, los químicos, los biólogos y los psicólogos? Ninguno debe ser despreciado o alabado por la cantidad de imágenes visuales que emplea, mientras logre impulsar la ciencia hacia adelante.

5) *Capacidad para forjar metáforas* o habilidad para señalar identidades parciales en cuanto al tipo o la función, o identidades completas formales o estructurales (isomorfismos) entre objetos distintos en otros aspectos.

Ejemplos lógicos de metáforas son la analogía entre la disyunción y la adición, y la similitud entre la alternación y la ramificación (explotada en los "árboles" de Beth). Un ejemplo matemático lo constituye la similitud entre los espacios funcionales y los vectoriales, y la consiguiente conservación de parte de la nomenclatura ("vectores de base", "producto escalar", "ortogonalidad"). Ejemplo físico: el modelo del núcleo atómico como gota líquida (que, digamos al pasar, fue lo suficientemente fecundo como para acompañar las investigaciones que condujeron a la bomba de fisión). Ejemplo cibernético: la similitud entre las computadoras y el cerebro. Ejemplo psicológico: la similitud entre la represión policial y la inhibición.

¿Quién puede dudar de que las metáforas constituyen guías heurísticas? La simple conservación de parte del vocabulario, al pasar de un campo a otro, sugiere analogías que facilitan la exploración y la comprensión del nuevo territorio. Pero, desde luego, nunca debe olvidarse que estamos manejando analogías y no identidades sustanciales; tal es el significado de la advertencia: "No llevar demasiado lejos las analogías";[12] caso contrario, podríamos terminar creyendo que las computadoras *son* cerebros, así como en otro tiempo se pensó que el calor y la electricidad eran fluidos por haberse sugerido e incluso desarrollado algunas analogías fructíferas con los líquidos. Encontrar lo que podríamos denominar el *punto de ruptura* de las analogías es tan importante como establecerlas.

El empleo sistemático de metáforas de orden espacial, físico y social por parte del psicoanálisis, la teoría de la Gestalt y demás especulaciones emparentadas con éstas *en lugar* de construcciones científicas es, junto con su debilidad metodológica, uno de los obstáculos que se oponen a su reconocimiento como disciplinas científicas. Primero se

compara una función con una cosa (v. gr. un todo orgánico o un campo de fuerzas) o con una persona (v. gr. el superyó con un censor). El paso siguiente consiste en dotar al símil de autonomía, por ejemplo, tratar al ello, al yo y al superyó como personas dentro de la persona. La metáfora deja de ser considerada como un recurso heurístico o didáctico que ilustra una concepción, sino que se la convierte en una concepción en sí misma, e incluso como la más conveniente.[13] En la ciencia, las metáforas se emplean en el proceso de generar y comunicar ideas, pero no sustituyen al pensamiento conceptual, que es ineludible en ciencia.

6) *Imaginación creadora*, inventiva, o inspiración. Por oposición a la imaginación espacial, que asocia imágenes visuales a conceptos y proposiciones ya dados, la imaginación creadora es lo que tiene lugar (para hablar metafóricamente) cuando se engendran nuevas ideas, aparentemente sin esfuerzo, sin mucha lógica explícita y súbitamente o poco menos. La imaginación creadora es mucho más rica que la fantasía; no consiste en la capacidad para evocar impresiones sensibles y no se limita a llenar huecos en el mapa suministrado por la percepción. Se la denomina *creadora* porque es la capacidad de crear conceptos y sistemas conceptuales que pueden no corresponder a nada en los sentidos (aunque pueden corresponder a algo en la realidad) y también porque da origen a ideas no convencionales.

Cualquier matemático o cualquier investigador de las ciencias físicas o naturales convendrá en que sin imaginación, sin inventiva, sin capacidad para concebir hipótesis y propuestas, no se puede efectuar más que operaciones "mecánicas", es decir, manipulaciones de aparatos y aplicaciones de algoritmos de cálculo. La invención de hipótesis y técnicas, y el diseño de experimentos son casos patentes de operaciones imaginativas o, si se prefiere, de actos intuitivos, opuestos a las operaciones "mecánicas".[14] No son operaciones puramente lógicas. La lógica *por sí sola* es incapaz de conducir a ideas nuevas, como la gramática *por sí sola* es incapaz de inspirar poemas y la armonía es incapaz por sí sola de inspirar sinfonías. La lógica, la gramática y la teoría musical nos permiten detectar errores formales y buenas ideas, y también desarrollar estas últimas, pero no nos suministran la "sustancia", la idea feliz, el punto de vista nuevo.

Sin embargo, la invención fecunda y el *insight* profundo, que tanto alaban los intuicionistas[15] y los gestaltistas[16] no surgen *ex nihilo*. En la ciencia y en la tecnología, la novedad surge por la observación, la comparación, el ensayo, la crítica y la deducción;

no hay conocimiento nuevo que no esté determinado de alguna manera por conocimientos anteriores[17] y relacionado lógicamente con éstos. (En general, lo nuevo siempre tiene sus raíces en lo viejo.) Además, no se sabe que una conjetura es "feliz" antes de haberla comprobado, y ésta es una tarea que requiere la elaboración lógica de la conjetura.

El proceso de invención es generalmente borrado por la presentación final de la teoría, la técnica o el experimento. Las teorías axiomáticas, en particular, tienen un aspecto imponente: parecen actos de creación a partir de la nada. Pero, desde luego, no hay tal cosa. Toda teoría axiomática se edifica sobre la base de conocimientos disponibles y con la ayuda de conceptos y técnicas preexistentes. Se comienza por conocer a fondo el material existente y los instrumentos, así como el artesano comienza reuniendo la materia prima y los implementos. Luego se trata de lograr una visión sinóptica del campo. El paso siguiente consiste en establecer los *desiderata* que debe satisfacer el sistema axiomático; la mayor parte de éstos deberán reaparecer como teoremas deducidos de los axiomas. Las conjeturas no pueden comenzar antes de esta etapa preparatoria.

Durante la etapa constructiva "saltarán a la mente" algunas conjeturas; por lo general aparecen primero las más simples, y, desde luego, suelen encontrarse después que son demasiado simples para ser adecuadas. Inmediatamente son puestas a prueba, es decir, se comprueba si satisfacen los *desiderata*. Si ello no ocurre, se introduce alguna leve modificación en el candidato a axioma, o se considera si el *desideratum* que no ha sido satisfecho es realmente correcto o indispensable. En este proceso de adaptar las proposiciones más fuertes (los axiomas) a las más débiles (los *desiderata* o teoremas futuros), estos últimos no son intocables; por el contrario, pueden simplificarse con el fin de posibilitar la tarea. Las conjeturas sucesivas pueden no constituir una sucesión que se aproxime uniformemente a la meta; habrá detenciones y regresiones temporarias. Este proceso tiene un fuerte parecido con la creación artística, desde el primer bosquejo hasta el retoque final. Pero, por alguna oscura razón, los literatos parecen estar convencidos de que la creación sólo puede encontrarse en las artes.

Una vez edificado el sistema de axiomas, se trata nuevamente de establecer si da lugar a los teoremas deseados y si satisface requisitos lógicos como el de coherencia. Todo el proceso consiste en ensayos y errores guiados por el conocimiento, tanto articulado, como inarticulado, y por ciertas reglas de construcción teórica. En la ciencia, el ensayo y error no es "ciego" (prerracional) como en la lombriz, la mosca y otros animales. A

menudo es metódico y no errático; es guiado por metas y métodos y controlado por lo que sabemos. A pesar de ello, el proceso de la invención científica está más cerca del ensayo y del error que de "penetración" *(insight)* súbita que surge de la nada. En el trabajo científico se dan "chispazos" pero sólo como sucesos en el seno del proceso creador racional y no como desencadenantes incondicionados.

Es absurdo sostener que la intuición es superior a la lógica en lo que atañe a la invención; no hay invención científica o tecnológica sin conocimiento previo y sin desarrollo ulterior. ¿O se pensará, acaso, que la fábula de la inspiración súbita, que, según se cuenta, sugirió a Newton la teoría de la gravitación universal hubiera sido posible sin las contribuciones anteriores de Kepler, Galileo y Huyghens, sin el "cálculo de fluxiones" (necesario para la comprobación de la teoría) y sin las propias tentativas anteriores del propio Newton?

La idea de que el pensamiento creador es opuesto al razonamiento es tan equivocada como difundida. Si fuese cierto que el pensamiento es tanto más creador cuanto más debe a los procesos inconscientes,[18] las ensoñaciones y, *a fortiori*, los sueños deberían ser más remunerativos que el pensamiento controlado; y el cálculo, que puede ser "mecanizado" o automatizado en gran medida, tendría que ser considerado altamente creador. La tesis de Freud, según la cual prácticamente todos los procesos mentales "existen primero en un estado o fase inconsciente, y sólo más tarde pasan a una fase consciente, así como una fotografía es primero un negativo y luego se convierte en imagen a través de la impresión del positivo",[19] parece haber inspirado la técnica de *brainstorming* o tormenta cerebral.

El *brainstorming*, adoptado en estos últimos años por diversas corporaciones en los Estados Unidos de Norteamérica con el propósito de facilitar la génesis de las ideas, involucra un agrupamiento informal de personas con el fin de discutir y proponer soluciones a determinado problema. Ello se lleva a cabo en una atmósfera de "asociación libre" que alienta la "rueda libre" y prohíbe estrictamente la crítica. Dicha técnica fue puesta a prueba —¡después de su adopción!— y aparentemente se la encontró ineficaz. Un grupo de psicólogos de Yale proyectaron y llevaron a cabo experimentos que incluían grupos de control, y llegaron a la conclusión de que el *brainstorming* decididamente inhibe el pensamiento creador.[20] ¿Cómo podría ser de otro modo, si en tales sesiones se suprimía la crítica? El enfoque efectivo de los problemas es a la vez creador y crítico. El soñar, que es acrítico, es también improductivo por sí mismo.

Un ejemplo ya clásico de invención aparentemente súbita y estimulada por factores no racionales fue el descubrimiento del anillo del benceno por Kekulé (1829-1896) en 1865. El propio Kekulé describió el acontecimiento, aunque infortunadamente veinticinco años más tarde, corriendo así el peligro de interpolar elementos de fantasía. Según cuenta él mismo, estaba en Gante, redactando un texto de química; la obra no progresaba, y se volvió a la chimenea para dormitar al calor del fuego. Imágenes de átomos (átomos de Dalton) comenzaron a bailar ante sus ojos. "Mi ojo mental, agudizado por repetidas visiones de esta clase, distinguía ahora estructuras más grandes, de formas diversas. Largas filas, a veces estrechamente unidas, todas en movimiento, retorciéndose como serpientes. (Hasta entonces las estructuras moleculares imaginadas eran cadenas abiertas. El sueño comenzó con conocimientos habituales.) Pero veamos, ¿qué es eso? Una de las serpientes había asido su propia cola, y la forma se movía en torbellino y burlonamente ante mis ojos. Desperté, como sacudido por un relámpago, y esta vez pasé el resto de la noche desarrollando las consecuencias de la hipótesis. Si aprendiésemos a soñar, señores, entonces quizás encontraríamos la verdad... Debemos tener cuidado, sin embargo, de no publicar nuestros sueños antes de someterlos a prueba con la mente despierta."[21]

Obsérvese que la "visión", "revelación natural" o "relámpago intuitivo" no surgió de la nada; hacía ya doce años que Kekulé se debatía con el problema de la estructura del benceno (C6H6). Como ocurre con tanta frecuencia en tales casos, incluso soñaba con estructuras moleculares, y en sus sueños hacía lo que todo científico despierto: *variaba imaginativamente las hipótesis*, o algunos de sus elementos, ensayándolas una tras otra. El relámpago de la inspiración vino, después de muchos esfuerzos, como culminación de las etapas de preparación e incubación, como las denominaba Poincaré. El *éclair* vino después de ensayar muchas hipótesis, de deducir sus consecuencias y de comparar éstas con los datos empíricos.

Al producirse la "iluminación", están presentes todos los elementos de las hipótesis y una parte de los elementos de prueba empíricos pertinentes, pero aún desconectados o conectados incorrectamente. La síntesis que los funde en un breve lapso en una forma correcta, esa "percepción" de las interconexiones que constituyen una totalidad, es *una* entre muchas síntesis que se ensayan.

La síntesis de datos y conjeturas puede ser falsa; casi siempre lo es. Hay que ponerla a prueba, y esto es lo que hizo Kekulé en cuanto despertó. Él no creía en la revelación, sino en el trabajo tenaz. En efecto, lo primero que hizo al despertarse fue elaborar las

consecuencias de su conjetura, para comprobar si se ajustaba a la información empírica (las propiedades físicas y químicas del benceno). Y advierte: Soñad, *meine Herren*, mas luego comprobad.

Los sueños y las imágenes hipnagógicas (que se dan en los estados crepusculares) deben ajustarse a los datos y cánones antes de que puedan considerarse como miembros de un sistema científico.[22] A diferencia de las ensoñaciones y las extravagancias seudocientíficas, la imaginación científica es controlada; es constantemente puesta a prueba por el esfuerzo de hacerla compatible con el conjunto del conocimiento científico. Compárese a Rutherford, el científico imaginativo, con Freud, el escritor imaginativo.

En la ciencia, la imaginación creadora sin la lógica no conduce a ninguna parte. "Sin largas y pacientes deducciones no hay intuición fecunda", decía Couturat en una de sus memorables polémicas contra la concepción de la investigación científica como una obra de arte creada al calor de una inspiración completamente ajena a la lógica.[23] Mucha gente tiene ideas originales, pero muy pocas son verdaderas y, aun siéndolo, no adquirirán carta de ciudadanía científica mientras no se las haya desarrollado y tornado comprobables. La originalidad es una característica deseable en toda teoría científica nueva, pero la capacidad de sobrevivir a comprobaciones severas es aún más que deseable: es obligatoria.

Por supuesto que no tendríamos tiempo de someter a prueba todas nuestras conjeturas. Primero las criticamos tratando de encontrar contraejemplos para refutarlas. Además, lo que se pone a prueba nunca es una *primera* intuición —siempre grosera— sino un producto de su elaboración racional. ¡Imagínese la reacción del director de un grupo de fisica experimental a quien le pidiésemos que ponga a prueba nuestro último sueño!

1.4. *La intuición como razón*

7) *Inferencia catalítica.* Paso veloz de unas proposiciones a otras, quizá quemando etapas tan rápidamente que no se adviertan las premisas y los procesos intermedios,[24] aunque pueden aparecer en una cuidadosa reconstrucción ulterior.

Aquí vemos a la razón procediendo globalmente —para decirlo de un modo metafórico— y no analítica o discursivamente. Es la intuición intelectual cartesiana, que

prescinde de eslabones intermedios y abrevia "largas cadenas de raciocinios". Por este motivo se habla a veces de evidencia o comprensión instantánea de un razonamiento.

Pero son tantas las premisas y los pasos intermedios que se han dejado a un lado, o se han olvidado, que sólo una persona ejercitada puede llegar de esta manera a conclusiones verosímiles. La intuición debe educarse, y sólo una mente *lógica en grado sumo* es capaz de lograr "la apercepción sintética de una relación o de un conjunto de relaciones lógicas", que es como caracteriza Couturat a la intuición intelectual.[25]

8) *Poder de síntesis* o visión global, o aprehensión sinóptica: es la capacidad de sintetizar elementos dispares, de combinar ítem previamente dispersos en un todo unificado o "armonioso", esto es, un sistema conceptual.[26]

El poder de síntesis —que no debe confundirse con la incapacidad de análisis— es característico de las personas inteligentes e instruidas, cualquiera sea su oficio; lo vemos, tanto en el pintor, como en el estadista o en el filósofo. El artista compone imaginativamente percepciones e ideas, produciendo un todo organizado; el estadista, el científico y el filósofo organizan las ideas en torno a un núcleo central, y a veces lo hacen con simplicidad en algún respecto y con cierta unidad de estilo, en cuyo caso decimos que proceden con elegancia. Decimos del especialista que es capaz de " ver" rápidamente el meollo del asunto, y del profano o del principiante que se pierde en los detalles.

No sentimos que "comprendemos" un argumento salvo que podamos aprehenderlo como un todo. Lo que Hadamard decía de sí mismo probablemente sea cierto de la mayoría de la gente, a saber, que "todo argumento matemático, cualquiera sea su grado de complejidad, debe aparecérseme como una cosa única. No creo haberlo comprendido hasta que no haya logrado apresarlo en una idea global y, desafortunadamente..., ello requiere un ejercicio mental más o menos arduo".[27] La aprehensión sinóptica no es un sustituto al análisis, sino un premio al análisis esmerado.

El poder de síntesis, como el razonamiento catalítico, puede ser perfeccionado. En los comienzos de su carrera científica, el autor frecuentemente perdía de vista el meollo de su propio trabajo, que le había sido proporcionado por su maestro, el profesor Guido Beck (1907-1988). A menudo la idea unificadora y el propósito subyacente sólo se tornaban claros después de cierto tiempo, y quizás incluso después de haber publicado el trabajo. Sólo poseemos lo que hacemos nosotros mismos.

La enseñanza es un buen medio no solamente para dominar un tema, sino también para vigorizar el poder de síntesis. Un buen maestro proporciona una imagen global del

tema y muestra el peso relativo de sus partes. Empero, debe admitirse que no son muchos los que adquieren a la vez una gran destreza analítica y un gran poder de síntesis. Lo más frecuente es que o bien pulamos hábilmente una modesta idea, o bien andemos a tientas en medio de una grandiosa visión inmadura. Sólo los genios tienen grandes visiones y las desarrollan.

9) *Sentido común*: juicio fundado en el conocimiento vulgar, sin recurrir a conocimientos o técnicas especializados, o que se limita a etapas pasadas del conocimiento científico.

A menudo partimos del conocimiento vulgar y nos las arreglamos bastante bien con el sentido común; pero ambos, aunque necesarios, son insuficientes. La ciencia no es una mera ampliación cuantitativa del conocimiento vulgar, sino que crea conceptos y teorías inauditos, generalmente antiintuitivos e incomprensibles para el profano. La lógica, por otra parte, no es un mero refinamiento del sentido común; también ella encara problemas y construye teorías que en muchos puntos chocan con el sentido común, o por lo menos exceden su alcance.

Los lógicos y los matemáticos han encontrado que, en ciertas encrucijadas, fallan las "intuiciones lógicas" aceptadas por el sentido común. (Recuérdense las paradojas de las clases infinitas y de la autorreferencia.) Al sentido común le chocan leyes tales como ésta: "Si *p*, entonces si no-*p*, entonces *p*". Sin embargo, este enunciado es verdadero; más aún, es una de las maneras de formular la proposición "evidente": "Si *p*, entonces *p* o *p*". No menos paradójica es la igualdad $a^2 = 0$ que vale, por ejemplo, para ciertas matrices no nulas.

La mecánica de los fluidos y los sólidos en rotación, las teorías de campos y la mecánica cuántica están llenas de "paradojas", es decir, de proposiciones incompatibles con el sentido común, habituado a tratar con sólidos macroscópicos en movimiento lento. (Contrariamente a lo que pensaba Bergson, es la intuición, y no la razón, la que está directamente anclada a la experiencia con cuerpos sólidos.) No menos contraintuitivas son las concepciones modernas de que en el vacío los cuerpos se mueven solos, de que el frío no es lo opuesto al calor, o de que los electrones interfieren consigo mismos.

Una persona familiarizada con los conceptos newtonianos de espacio y tiempo absolutos puede hallar contraintuitiva la idea de que toda velocidad uniforme puede ser suprimida (mentalmente) por medio de la elección de una apropiada transformación de coordenadas. Pero a esa misma persona, acostumbrada a visualizar el espacio como un

marco fijo, o como un éter que lo llena todo, puede parecerle "intuitivo" el postulado de que en el vacío la velocidad de la luz es absoluta, esto es independiente de todo sistema de referencia. Éste es un axioma de la teoría especial de la relatividad, incapaz de ser visualizado o comprendido en términos del sentido común una vez aprehendido el concepto de espacio homogéneo e isótropo, y la consiguiente equivalencia de todos los sistemas inerciales. Si a esa misma persona se le enseña la teoría especial de la relatividad, entonces hallará contraintuitiva la afirmación (perteneciente a la teoría de la gravitación de Einstein) de que las aceleraciones pueden ser absolutas si son producidas por campos gravitatorios, puesto que éstos no pueden ser suprimidos (excepto localmente) por medio de ninguna elección de coordenadas y, por tanto, son absolutas en cierto sentido.

El sentido común puede educarse gradualmente, pero puede pagarse la pérdida de viejas e incorrectas intuiciones por la obtención de alguna intuición nueva. Nos sentimos satisfechos cuando hemos logrado aprehender "intuitivamente" una teoría, cuando ella nos parece obvia; pero por el mismo motivo encontraremos difícil de aceptar una teoría rival que formule reclamos diferentes a nuestras "intuiciones". Cuanto más familiarizada esté una persona con determinada teoría y su correspondiente modo de pensar, tanto más difícil le será adoptar una teoría rival que implique una manera de pensar diferente. En general, la posesión de conocimientos da alas en un respecto y las recorta en otro.

El desarrollo de una teoría nos exige una sumisión total a la manera de pensar que ella sanciona. Pero la crítica de una teoría y la búsqueda de otras nuevas y mejores requiere el abandono de toda manera de pensar vinculada a lo que finalmente se ha convertido en un lugar común. Hasta cierto punto, el avance de la ciencia consiste en el descubrimiento de *seudo-para-dojas*, esto es, proposiciones contraintuitivas discordantes con el sentido común, sea precientífico o científico. Si los científicos se hubieran asustado de las ideas "inconcebibles", "irrazonables" o contraintuitivas, no tendríamos hoy mecánica clásica (¡ahora aceptadas por el sentido común!), ni teorías de campo, ni teoría de la evolución, todas las cuales fueron rechazadas en su momento por ser antiintuitivas.

El sentido común no es estático, sino que se enriquece gradualmente con la ciencia y la tecnología. Ningún concepto es absoluta o inherentemente intuitivo o contraintuitivo: *el grado de intuitividad de un concepto es relativo a determinado bagaje cognoscitivo*. Procuremos, entonces, no decir "*x* es intuitivo" y prefiramos, en cambio, "*x* fue hallado intuitivo por *y*, en relación con *z*", donde '*x*' denota alguna unidad ideal (concepto,

hipótesis, teoría), *'y'* un sujeto y *'z'* un cuerpo de conocimientos, creencias, actitudes y valoraciones. Dejemos que la intuición cumpla su función heurística, pero impidamos que constituya un obstáculo para la formación de conceptos.

1.5. *La intuición como valoración*

10) *Sano juicio*, frónesis, discernimiento o penetración *(insight)*: capacidad para juzgar correcta y rápidamente acerca de la importancia y los méritos de un problema, la verosimilitud de una teoría, la practicabilidad y confiabilidad de una técnica o la conveniencia de un acto.

Cuando un científico principiante pide consejo al veterano, no debe esperar de él informaciones ni detalles, sino más bien el sano juicio que las personas de talento adquieren después de muchos fracasos. Cada vez que se sopesan problemas, hipótesis o procedimientos, se formulan juicios de valor. Decimos que estos juicios son "razonables", "sensatos" o "sanos" cuando concuerdan con el grueso de nuestro saber o de nuestra experiencia (que debe incluir el reconocimiento de que algunas ideas "insensatas" pueden resultar correctas). Si se formulan estos juicios de valor tras un rápido examen, y si han tenido éxito, entonces hablamos de intuición. El precio que pagamos por la frónesis es una larga serie de fracasos.

La frónesis es valiosa en la medida en que no se congela en la autoridad, en cuyo caso se convierte en congelamiento. Un físico muy talentoso, ganador del Premio Nobel, se especializaba en destruir ideas originales. Entre las ideas que rechazó violentamente se encontraba la hipótesis del *spin* (que más tarde adoptó y desarrolló) y la violación de la paridad. No hay juicios infalibles respecto de los méritos de ideas o personas.

2. NUEVO EXAMEN DE ALGUNAS VARIEDADES DE INTUICIÓN INTELECTUAL

2.1. *La intuición intelectual como una manera normal de pensar*

Vemos, pues, que "intuición" es un término equívoco en ciencia, o, mejor dicho, en el lenguaje acerca de la ciencia. Vemos asimismo, que la "intuición pura" de Kant, la "intuición metafísica" de Bergson, la "intuición de esencias" de Husserl y la "intuición de lo Uno" mística no desempeñan papel alguno en ciencia. En el lenguaje por medio del cual hablamos de la ciencia, "intuición" designa modos de percepción (identificación rápida, comprensión clara y capacidad de interpretación), de *imaginación* (capacidad de representación, capacidad para forjar metáforas e imaginación creadora), de *inferencia* (inferencia catalítica), de *síntesis* (visión global), de *comprensión* (sentido común) y de *evaluación* (frónesis).

Todos estos son modos normales de pensar y percibir, aunque podamos encontrar algunos de ellos en un estado más completamente desarrollado entre los científicos; son, por consiguiente, accesibles a la psicología. No se requiere ninguna intuición misteriosa para el estudio de las intuiciones de los científicos. Que la psicología científica no haya estudiado todavía algunas de estas habilidades con el cuidado que merecen[28] no sólo se debe a la dificultad intrínseca del tema, sino también al hecho de que el tema mismo ha sido por mucho tiempo víctima de charlatanes. Solamente aquellos científicos más curiosos que ansiosos de mantener su reputación se atreverán a sobrepasar el límite de la barrera prohibida de la seudociencia.

Otrós factores inhibidores, no menos importantes, son los credos del introspeccionismo, del conductismo y del inductivismo. La creencia de que la introspección (tanto subjetiva como por medio del interrogatorio) es el método de la investigación psicológica, a menudo ha sido acompañada por la creencia de que la intuición es un fenómeno *primario* en términos del cual deben explicarse los restantes procesos psíquicos. La creencia de que la observación de la conducta pública es el método de la investigación psicológica se acompaña de una resistencia a explorar los fenómenos mentales que, como la invención, no pueden ser fácilmente objetivados y

controlados. Finalmente, el inductivismo constituye otro obstáculo, puesto que se presenta como la solución definitiva del problema de la construcción y la inferencia científicas.

En cambio, diversos científicos han estudiado el fenómeno de la inspiración en sí mismos o en sus colegas. Desafortunadamente, sólo nos han suministrado poco más que inventarios de casos, acompañados a veces de recetas para facilitar la producción intelectual y capturar sus huidizos productos.[29]

Por consiguiente, valdría la pena analizar más de cerca las variedades más interesantes del pensamiento informal, a saber, la imaginación creadora (véase *La intuición como imaginación*), la inferencia catalítica y la visión global (véase L*a intuición como razón*) y la frónesis (véase *La intuición como valoración*).

2.2. *La imaginación creadora*

Hablamos de *imaginación creadora* cuando nos referimos a la introducción de conceptos, la formulación de nuevas hipótesis o la invención de procedimientos y técnicas nuevas; dicho más brevemente, cuando tenemos una idea *nueva*, aunque ella sólo sea nueva en relación con el conjunto de nuestras ideas. No se trata, pues, de la intuición de los filósofos, que supuestamente *aprehende* algo que se supone exista con anterioridad al sujeto. La imaginación creadora es una operación constructiva por medio de la cual ingresa al mundo una nueva entidad conceptual y lo enriquece.

Se ha señalado a menudo que la razón y la experiencia no bastan en el trabajo científico. Por ejemplo, Claude Bernard, uno de los fundadores de la medicina experimental, decía que el método experimental se apoya en el trípode constituido por el "sentimiento", la razón y la experiencia. Añadía que el "sentimiento" mantiene siempre la iniciativa y engendra "la idea *a priori [= hipótesis]* o intuición".[30] Pero no cosifiquemos las funciones y los niveles del cerebro del científico: baste decir que la experiencia (actual o recordada), la imaginación y la elaboración lógica se cuentan entre los rasgos necesarios del trabajo del científico.

Los químicos norteamericanos Platt y Baker, en una notable investigación empírica sobre el papel de la "corazonada" *[hunch]* o "revelación científica" en la investigación, la definen así: "Una corazonada científica es una idea unificadora o esclarecedora que salta

súbitamente a la conciencia como solución de un problema en el que estamos intensamente interesados. En los casos típicos sigue a un largo estudio, pero llega a la conciencia en un momento en el que no estamos trabajando conscientemente sobre el problema. Una corazonada surge de un amplio conocimiento de hechos, pero es esencialmente un salto de la imaginación por cuanto va más allá de una mera conclusión necesaria que cualquier persona razonable debe extraer de los datos disponibles. Es un proceso de pensamiento creador".[31]

Un total de 232 investigadores llenaron los cuestionarios de Platt y Baker. Una tercera parte admitió haber tenido intuiciones ("revelaciones científicas") con alguna frecuencia en la solución de problemas importantes; la mitad dijo haber tenido "revelaciones" ocasionales y el resto declaró no conocer el fenómeno directamente. Sería interesante repetir esta investigación pasado ya medio siglo y cuando el número y la influencia de los científicos han aumentado por lo menos 100 veces.

Sin embargo, tanto la psicología como la meta-ciencia empirista han descuidado este aspecto de la actividad científica (véase *La intuición intelectual como una manera normal de pensar*), exagerando, en cambio, el papel de los datos sensibles (y de los enunciados observacionales correspondientes) así como la "recolección de hechos". Este descuido implica que tenemos percepciones puras, no modificadas por nuestras teorías y expectativas y que en ciencia los datos se acopian como sellos postales, simplemente por gusto, y no a la luz de teorías y con el propósito de ampliar y profundizar nuestras teorías. Los formalistas, por otro lado, han exagerado la importancia de la organización lógica final del conocimiento adquirido, sin prestar atención a los modos de gestación de las premisas. Popper, sin ser formalista, ha cometido el mismo error.

Los empiristas y los formalistas parecen haberse avergonzado de reconocer que la chispa de la construcción científica —la formación de conceptos nuevos, la "adivinación" de suposiciones novedosas y la invención de nuevas técnicas— no se ajusta al nivel de la percepción sensible ni al nivel de la reconstrucción lógica, sino que debe hallar su sitio en un nivel intermedio, equidistante de los niveles sensible y discursivo. Han expresado su antipatía por el término "creación", como si implicase una emergencia de la nada, y han preferido decir que la novedad, tanto en la naturaleza como en el espíritu, no es más que una ilusión, un nombre para la división, la redisposición o la composición de unidades preexistentes. Un resultado de este prejuicio filosófico es que carecemos de una teoría de la producción intelectual.

Es claro que nada sale de la nada. Es éste un importante principio ontológico, diversamente ejemplificado en la ciencia, y cuya negación conduce al misticismo y al indeterminismo.[32] Pero, ¿por qué negar que hay invenciones, creaciones mentales originales sobre la base del material perceptual y conceptual, si estamos dispuestos a conceder que una síntesis química no es una mera yuxtaposición, y que un ser vivo no es meramente un mecanismo complejo?

Sin duda, la famosa supuesta "penetración" *(insight)* o "experiencia ¡ajá!" de Köhler y de los demás psicólogos gestaltistas no resuelve el problema de la creación intelectual; meramente bautizan la dificultad. Más aún, el *insight*, si tiene lugar, ocurre luego de ensayos infructuosos; él mismo es un ensayo y resulta imposible sin una experiencia previamente adquirida. La tesis de Köhler, según la cual los chispazos de *insight* son independientes de las experiencias anteriores, fue disconfirmada experimentalmente en 1945.[33] Se ha establecido la importancia de la experiencia respecto de soluciones por medio del *insight*. En los animales superiores, el éxito en la solución de problemas depende de la experiencia anterior, de ensayos y errores, y de un proceso más o menos complejo de imaginación e ideación.

El hecho de que los ensayos y errores "ciegos" o erráticos son muy ineficaces no establece la hipótesis de la creación súbita a partir de nada, sino la importancia de la organización conceptual y el enriquecimiento de la experiencia. El ensayo y error puede metodizarse en diversos grados, el mayor de los cuales es el proceso de conjetura y prueba que se da en la ciencia, en la cual toda nueva conjetura se construye sobre la base del material suministrado por el cuerpo total de conocimientos disponibles, tanto directos, como inferidos.

El asunto está en que el *insight* puede suministrar una *síntesis* y no meramente una redisposición. El concepto de centauro es indudablemente el resultado de una composición. Pero ¿qué pasa con los conceptos de temperatura, de carga eléctrica, de ley natural, o con el concepto de concepto: de qué están compuestos? En la enorme mayoría de los casos dividimos, agrupamos y reacomodamos, partimos lo que antes estaba unido y juntamos lo que antes estaba separado. Pero en un pequeño número de ocasiones decisivas el hombre es capaz de crear conceptos nuevos, nuevas hipótesis, nuevas teorías y nuevas concepciones del mundo sobre la base de materia prima completamente inferior. A esos momentos los denominamos *creadores.*

En lo que atañe a la creatividad, los pensadores pueden ser clasificados en las

siguientes especies: *a) críticos destructivos*, es decir, personas capaces de encontrar errores en el trabajo ajeno pero incapaces de reemplazar lo viejo y deteriorado por algo nuevo y mejor; *b) aplicadores*, individuos capaces de utilizar las teorías y técnicas existentes para la solución de problemas específicos, sean cognoscitivos o prácticos; *c) perfeccionadores*, críticos constructivos que son capaces de extender o refinar los instrumentos conocidos, aunque siguiendo las mismas líneas generales; y *d) creadores* de problemas nuevos, conceptos nuevos, teorías nuevas, métodos nuevos e incluso nuevas maneras de pensar. La ciencia, la técnica y las humanidades los necesitan a todos.

William Whewell (1794-1866), científico, historiador de la ciencia y filósofo de la ciencia, fue uno de los pocos hombres que vivió en la era de Comte y de Mill y que entendió la naturaleza de la ciencia. Insistió en que el secreto del descubrimiento científico es la creatividad en la invención de hipótesis y la sagacidad en elegir la correcta. "Las Concepciones por medio de las cuales se agrupan los Hechos", escribió hace un siglo, "son sugeridas por la sagacidad de los descubridores. Dicha sagacidad no puede enseñarse. Comúnmente acierta por medio de conjeturas, y este éxito parece consistir en forjar diversas *hipótesis tentativas* y elegir la correcta. No puede obtenerse una provisión de hipótesis apropiadas por medio de reglas, pero tampoco sin talento".[34] Toda hipótesis aceptada es una "conjetura feliz", como la denominaba Whewell y, desde luego, como más tarde subrayó Poincaré, la conjetura es anterior a la prueba.[35] Pero muchas conjeturas infelices preceden a la que logra ser aceptada, e infeliz es el destino final incluso de la más feliz de todas. (Whewell no aceptaría esto, por cuanto según su concepción el progreso científico es acumulativo.)[36]

Como lo observó Whewell, en las ciencias "hay invención y actividad constantes, un perpetuo poder creador y selectivo en ejercicio, de lo cual sólo se nos muestran los últimos resultados".[37] Una ojeada a algunas de las cien mil revistas científicas que existen en la actualidad no puede dejar de convencer a cualquiera de la cantidad de imaginación creadora desplegada en gran parte de la investigación científica.

Quienes alaban las artes por ser imaginativas y desprecian las ciencias por su supuesta "aridez" no pueden haber ido más allá de la tabla de logaritmos. Es posible sostener que la investigación científica es mucho más imaginativa que el trabajo artístico, aunque ese ingenio pueda no ponerse de relieve en el producto final. Puede afirmarse que la hipótesis del fotón de Einstein (1905), la hipótesis de Oparin acerca del origen de la vida a partir de un "caldo" primitivo (1923) o la computadora, esa maravillosa mucama universal, son

creaciones más ingeniosas que el *David* de Miguel Ángel, el *Hamlet* de Shakespeare o *La Pasión según San Mateo* de Bach.

La imaginación creadora es más rica en las ciencias que en las artes, puesto que debe trascender la experiencia sensible y el sentido común, y es más exigente porque debe trascender al yo y procurar ser verídica. La investigación científica no es pura *Dichtung*: tiende a ser *Wahrheit*. A pesar de ello, algunos de sus momentos y algunos de sus productos, en particular las grandes teorías que modifican nuestra visión del mundo, son tan poéticas como puede serlo la misma poesía.

Si los requisitos de utilidad, confiabilidad, beneficio y bajo costo se superponen a la verdad, obtenemos la tecnología moderna. Quienquiera que no comparta un desprecio aristocrático por el trabajo y los artefactos debe admitir que la invención tecnológica no es en sentido alguno inferior a la creación científica y que implica un empleo equivalente de fantasía y también una inversión equivalente de conocimientos.

La descripción del proceso creador, proporcionada por el ingeniero Rudolf Diesel, no difiere esencialmente de la famosa descripción de Poincaré de su propia invención de cierta clase de funciones. Con palabras de Diesel: "Una invención consta de dos partes: la idea y su ejecución. ¿Cómo se origina la idea? Puede ocurrir que emerja como un relámpago, pero, por lo común, nacerá de innumerables errores luego de laboriosa búsqueda, y por un estudio comparativo separará gradualmente lo esencial de lo inesencial y lentamente bañará nuestros sentidos con una claridad cada vez mayor, hasta que por fin se convertirá en clara imagen mental".[38]

No puede decir de dónde le vino la idea que constituye el meollo de su invención del motor Diesel; sólo sabe que "de la incesante persecución del resultado deseado [una meta claramente formulada en términos tecnológicos], de investigaciones sobre las relaciones de innumerables posibilidades, finalmente se desenvolvió la idea correcta y me sentí indescriptiblemente feliz".

En la ingeniería, del mismo modo que en cualquier rama de la ciencia, el primer modelo ideal concebido pocas veces se ajustará a la realidad. Será necesario un arduo proceso imaginativo de ajustes antes que resulte un modelo que funcione. Como expresa Diesel, "[...] aun cuando la idea haya sido establecida científicamente, la invención no estará completada. Sólo cuando la propia Naturaleza haya dado una respuesta afirmativa a la pregunta que la puesta a prueba le haya formulado, se habrá completado la invención. Pero incluso entonces sólo se trata de un compromiso entre el ideal

imaginativo y la realidad alcanzable [...] Un invento nunca es un producto puramente mental, sino que constituye el resultado de una lucha entre el pensamiento y el mundo material [...]. Solamente una pequeña parte de las ideas exaltadas pueden ser establecidas en el mundo material, y el invento terminado siempre resulta muy diferente del ideal original imaginado, que nunca será alcanzado. Tal es la razón por la cual el inventor trabaja siempre en medio de una cantidad enorme de ideas, proyectos y experimentos rechazados. Mucho debe intentarse antes de poder lograr algo, y muy poco es lo que queda en pie finalmente".[39]

En la tecnología, como en la ciencia, la chispa inicial de la intuición puede desatar una reacción en cadena en el seno del conocimiento preexistente, pero el resultado final es comúnmente muy diferente de la chispa inicial. De todas maneras, la imaginación creadora del tecnólogo o del científico no opera en el vacío. No hay inventiva científica o innovación tecnológica sin un conjunto de datos y sin un marco de diferencia constituido por puntos de vista más o menos articulados. La imaginación creadora de los científicos y los tecnológicos no es ajena a los datos, las teorías, los objetivos e incluso la atmósfera intelectual general. Las "corazonadas" no saltan solas sino en respuesta a problemas, y a su vez el mero planteo de éstos supone un fondo cognoscitivo previo en el que se advierten huecos por llenar. Bohr y Edison no podrían haber sido producidos por la Edad Media.

La misma comprobación de una conjetura, de una teoría o de un instrumento se basa en todo un cuerpo de informaciones, suposiciones, criterios y metas. Las pruebas, concluyentes como en matemática o imperfectas como en física y en ingeniería, se delinean con el auxilio de herramientas provistas por las teorías y por la lógica, esa teoría de las teorías; y el peso de una prueba se estima con la ayuda de criterios metodológicos.

Resumiendo: ninguna ciencia, pura o aplicada, y ninguna técnica es posible sin imaginación creadora. La diferencia principal existente entre la imaginación científica y la imaginación artística consiste en que la primera encara tareas más formidables, como el diseño de imágenes mentales de objetos no sensibles muy complejos, y siempre debe ser corroborada por la teoría y el experimento.

2.3. *La inferencia catalítica*

Lo que hemos denominado inferencia catalítica (véase *La intuición como razón*) tiene lugar en la "anticipación" o el "conjeturar" (sin duda frecuentemente incorrecto) resultados de laboriosas demostraciones o exigentes comprobaciones empíricas que carecen de *Ersatz.* La inferencia catalítica consiste en *"mostrar"* más bien que en demostrar; consiste en probar de un modo breve e imperfecto, en hacer verosímil la hipótesis que ha sido inventada. La fuerza psicológica de la inferencia catalítica deriva de su brevedad y de la referencia de sus términos antes que de su forma lógica. Se trata de un tipo de razón rudimentaria que se vale de elementos de prueba incompletos, imágenes visuales y analogías antes que de informaciones completas, conceptos refinados o inferencias detalladas. Precisamente por su carácter rudimentario y fragmentario, la inferencia catalítica es peligrosa.

Resulta paradójico que se predique el razonamiento intuitivo como el camino hacia la certeza, puesto que la vía más segura para desarrollar informaciones es un trabajo analítico cuidadoso. Damos saltos cuando estamos apremiados o cuando nos aburren las pautas inferenciales más seguras, o cuando no sabemos de qué otro modo proceder, pero nunca porque el propio salto generase un resultado seguro. Lleva años enseñar a los niños a no formular conjeturas descabelladas cuando es posible deducir; e insume un lapso ulterior el entrenamiento en el discurso estricto antes de volver a intentar saltos con alguna probabilidad de éxito. De todas maneras, ya procedamos paso a paso, ya por saltos, siempre empleamos "información acumulada" para producir la solución deseada.[40]

La verosimilitud de un argumento se apoya, para el intuicionismo filosófico, en el significado o *referencia* de los términos antes que en su *forma* lógica, porque es aquélla y no ésta la que puede intuirse. Por consiguiente, para el intuicionista dos argumentos con la misma forma lógica pueden no tener la misma fuerza. Por ejemplo, puede aceptar el *Cogito, ergo sum* cartesiano (que es lógicamente incompleto) y no el entimema igualmente defectuoso: *Se contradice, por lo tanto regocija.*[41] En el primer caso el razonamiento completo es: "Si pienso, existo. Ahora bien, pienso. Luego existo". En el segundo, la premisa tácita es: "Me regocijo cuando él se equivoca".

La historia del conocimiento nos muestra que los argumentos fragmentarios, que a veces se aceptan porque dependen de nociones intuitivas, o bien deben ser abandonados por incorrectos o bien deben ser reconstruidos lógicamente. La inferencia catalítica, exaltada por el intuicionismo a raíz de su brevedad y su rápida realización y aprehensión,

debe ser desarrollada para que tenga validez.

Quienes creen en la omnipotencia de la lógica deductiva opinan que podríamos prescindir de la inferencia catalítica con sólo disponer de tiempo suficiente. Piensan que con paciencia puede demostrarse lo que se quiera, comenzando con axiomas adecuados y aplicando reglas de inferencia adecuadas. Pero esta creencia es ingenua. No hay tablas de axiomas ni reglas de transformación que constituyan un algoritmo que pueda ser aplicado “ciegamente”, y ello porque antes de ponernos a probar un teorema tenemos que formularlo, y no nos molestamos en formularlo a menos que tengamos interés en él, interés despertado por la sospecha de que resuelve algún problema pendiente. Por este motivo, se puede programar una computadora para que pruebe determinado teorema, pero no para que conjeture teoremas nuevos.

Una tabla de axiomas es parte de la materia prima, y las reglas son las herramientas para trabajar sobre ella, pero ni una ni las otras constituyen guías. Tener los axiomas y las reglas de inferencia es como poseer una fortuna: para gastarla debemos fijar ciertos objetivos y luego emplear nuestra imaginación. (En cambio, hay una simple receta para *dis*confirmar cualquier proposición general, a saber, hallar un contraejemplo o caso desfavorable.)

Sea q una proposición obtenida del modo que se quiera. (La manera de obtenerla puede no ser correcta, pero de todos modos la proposición misma es interesante o, por lo menos, alguien la considera útil.) Si queremos demostrar q de una manera constructiva o directa, es necesario encontrar una proposición p tal que esta otra proposición: “si p entonces q” sea aceptada como lógicamente verdadera; es decir, este condicional debe ser o bien un axioma del sistema o bien un teorema previamente demostrado del mismo. Ahora bien, la búsqueda de la proposición p que lógicamente implique q no es un proceso sujeto a reglas precisas y, por consiguiente, mecanizable, sino que, por el contrario, se trata de un proceso algo errático. Con el fin de realizar una inferencia rigurosa, deben *encontrarse* p y el condicional “si p entonces q”, y no se conoce receta alguna para llevar a cabo este proceso. (Es verdad que se puede programar una computadora para que demuestre q a partir de p, pero el programa ya deberá contener p.) Agréguese a esto el hecho de que en numerosas demostraciones en matemática y en física deben construirse proposiciones singulares y existenciales además de las premisas universales. En matemática, constituyen los celebrados trucos que deben inventarse en los momentos decisivos y que a veces consisten en construcciones geométricas especiales, y otras

igualdades, desigualdades o funciones especiales.

La búsqueda de las premisas universales y particulares que se requieren en una deducción rigurosa no es, pues, una marcha lineal automática, sino que se parece al proceso de barrido *(scanning)* en la TV y quizá también en la visión. La mente pasa revista, por decirlo así, al "stock" de proposiciones conocidas pertenecientes al campo en cuestión, y a veces también de otros campos; ensaya rápidamente una tras otra las relaciones posibles entre ellas hasta dar, por fin, con aquella que posibilita la demostración. Este proceso de barrido, sin embargo, es mucho más errático y menos eficaz que el que tiene lugar en las imágenes de TV. Para efectuar esta marcha zigzagueante no hay más regla útil que la de tener paciencia y acumular relaciones fértiles o sugerentes. Constituye un proceso "intuitivo" en la medida en que, aun siendo racional, no es completamente consciente, o, si se prefiere, no entra por entero en el foco de la conciencia. Por otra parte, tampoco se ajusta totalmente a las pautas lógicas; en el mejor de los casos no las viola.

Resumiendo, no es del todo cierto que la lógica formal agote el estudio de la demostración.[42] Pero sí es verdad que la lógica deductiva es la *disciplina* que codifica las relaciones *válidas* que existen entre los productos finales del proceso de la demostración; y por ello puede denominarse *ars demonstrandi.* Tampoco es cierto que la lógica sea incapaz de explicar el hecho de que el razonar no riguroso, informal, puede ser fructífero. Un famoso teorema del cálculo proposicional dice que de una proposición falsa puede deducirse *cualquier* proposición, verdadera o falsa: "Si no *p*, entonces (si *p*, entonces *q*)". Tanto para la búsqueda como para la comprobación de nuevas ideas es esencial *hacer pie en alguna premisa* antes que adherir inimaginativamente a las suposiciones dadas.[43]

2.4. *Frónesis*

Finalmente, la frónesis o sano juicio (véase *La intuición como valoración*), aunque no nos permite decidir concluyentemente entre hipótesis, teorías o técnicas rivales, funciona al modo de las musas de la Antigüedad: parecería que nos soplara al oído cuál de las alternativas es la más "razonable" o la más viable. (Obsérvese que no hay una intuición similar para determinar los costos de los proyectos científicos.) Es claro que no hay musa

para oído sordo. En cualquiera de sus formas, una intuición muy desarrollada no es una facultad común a toda la especie humana ni es tampoco una característica innata de unos pocos privilegiados, sino que es producto de la herencia, la observación, el aprendizaje, el pensamiento y la valoración.

El sano juicio no es menos necesario para diseñar experimentos que en el ejercicio de la abogacía. Completamente aparte del ingenio requerido en la planificación de una prueba empírica, está la cuestión de estimar si la línea de investigación elegida puede resultar en una manera eficaz de alcanzar un objetivo determinado. Podemos haber formulado una predicción con la ayuda de un enunciado de ley y luego podemos querer establecer si la predicción resultará o no resultará verdadera con el fin de comprobar dicho enunciado de ley; pero al disponer el experimento realizamos una *nueva* predicción, a saber, una predicción que concierne al valor del dispositivo experimental mismo. Existen algunos criterios y reglas empíricas para evaluar los diseños experimentales, pero no hay *ley* alguna que nos permita predecir el desempeño del propio experimento. Esta predicción es en gran medida cuestión de frónesis, esa sabiduría que constituye nuestra compensación por los fracasos.

El psicólogo sir Frederic Bartlett, al tratar del pronóstico de la adecuación de experimentos, dice que "[...] se requiere algo más que amplios conocimientos y una práctica experimental satisfactoria para hacer un buen pronóstico [de este tipo]. Ambas condiciones deben combinarse con una buena disposición para afrontar riesgos y avanzar partiendo de elementos de prueba que abren numerosas posibilidades en algún aspecto de la dirección preferida. A raíz de que diversas posibilidades siempre constituyen una parte de la historia, los pronósticos siempre deben tener un margen de adaptabilidad a la práctica, y todo experimentador que los persiga en el espíritu en que fueron diseñados debe saber anticipadamente cuándo alejarse de cierta línea y proseguir otra [...]. Cuando se ha dicho todo lo que puede decirse en términos de la extensión y la exactitud de los conocimientos y de la práctica experimental, aún parecería que la utilización eficaz de este tipo de predicción depende de una gran sensibilidad a las propiedades positivas de la dirección de los movimientos científicos contemporáneos, generalmente por cuanto se superponen con movimientos anteriores de los cuales han surgido. Hecho el pronóstico, suele ser difícil, y a menudo imposible, que su autor pueda decir algo acerca de las sugerencias que está empleando. Si, empero, es capaz de comparar líneas prácticas de posibles desarrollos experimentales y formular la probabilidad de que sean proseguidos o

de que tengan éxito, también debe ser capaz de identificar por lo menos algunas de sus indicaciones y alegar cierto conocimiento acerca de sus pesos relativos. De este modo llegamos a lo siguiente: la capacidad de identificar antes que cualquiera líneas de desarrollo experimental de 'verosímil' fecundidad o fracaso, depende de los elementos de prueba, pero de ninguna manera es necesario que la persona que hace uso de tales elementos de prueba pueda decir cuáles son".[44]

El científico y el técnico desarrollan gradualmente un "olfato" o "penetración" respecto de la elección de problemas, líneas de investigación, técnicas e hipótesis. Este "olfato" se pierde con la falta de entrenamiento, pérdida de interés o concentración prolongada en tareas rutinarias o en campos demasiado restringidos. (Éste es uno de los motivos por los cuales no conviene trabajar largo tiempo en un solo problema.) Pero la capacidad de evaluar ideas y procedimientos no es exclusiva de los científicos; por el contrario, la encontramos en los diversos sectores de la cultura. La frónesis nunca aparece con prescindencia de la experiencia y de la razón; es uno de los pocos beneficios de la vejez.

3. LA INTUICIÓN: EMBRIÓN INSEGURO

3.1. *Las intuiciones y su comprobación*

Poca duda cabe, en definitiva, de que en la actividad científica se dan intuiciones de distinto tipo, aunque no aparecen en la ciencia como cuerpo de proposiciones. Pero el científico, aunque estima a la intuición intelectual por su fuerza sugestiva, sabe también que puede ser peligrosa; en primer lugar, porque carece de fuerza demostrativa; en segundo lugar, porque es en parte sentido común ordinario, y el sentido común es conservador, y finalmente porque nunca es suficientemente fina.

Las hipótesis formuladas intuitivamente deberán ser desarrolladas de una manera racional y luego puestas a prueba según los procedimientos habituales. Del mismo modo, la intuición puede sugerir los principales eslabones de una cadena deductiva, pero no sustituye a la demostración rigurosa, o por lo menos a la mejor posible. Puede inclinarnos a preferir cierta teoría o técnica sobre las restantes, pero una sospecha no es una prueba.

El filósofo intuicionista da por terminada la porción más importante de su labor una vez formuladas lo que se le antoja son sus "intuiciones" (que casi nunca tiene, sino que se ocupa de alabar el poder de la intuición y denunciar las limitaciones de la razón). En cambio, el científico, apenas *comienza* una etapa de su labor con alguna "intuición" porque sabe por experiencia que ella es un rudimento inseguro. Por ejemplo, el biólogo teórico transforma las ideas intuitivas del biólogo experimental, o del biólogo de campo, en un modelo matemático. De esta manera alcanza mayor precisión y sistematicidad, y descubre consecuencias inesperadas. Al ponerse éstas a la prueba observacional o experimental, se enjuician las ideas intuitivas que sirvieron de acicate (aunque no de fundamento) para construir el modelo teórico. Y, cualquiera sea el resultado de esta contrastación empírica, las ideas intuitivas iniciales han dejado de ser toscas: han sido exactificadas.

En ciencia se exige que en la mayor parte de los casos se puedan convalidar *objetivamente* las proposiciones y los procedimientos de prueba. El acuerdo puede demorar, pero se lo busca y casi siempre termina por llegar, así sea transitoriamente, sobre la base de criterios objetivos previamente aceptados.

En cambio, si un "intuitivo" tiene una intuición y otro la contraria, puesto que ambas

son igualmente válidas según el intuicionismo filosófico, estarán exentas por igual de todo test y la contradicción quedará sin resolver. Sin duda, puede formularse la hipótesis *ad hoc* (e incluso se puede creer en ella), según la cual uno de los iluminados posee propiedades especiales en razón de lo cual debe ser creído con preferencia a los demás. Sin el recurso a semejante principio de autoridad —germen del *Führerprinzip*— los intuicionistas carecen de medios para tomar decisiones entre juicios contradictorios. Se comprende, pues, que el intuicionismo sea un fiel sirviente del autoritarismo.

Los científicos aprecian la intuición, en particular la imaginación creadora, la inferencia catalítica y la frónesis, pero no *dependen* de ella. Saben que la evidencia psicológica no es garantía de verdad, que la intuición es altamente personal y que nos suele jugar malas pasadas. Se invocó a la intuición en favor de la afirmación de que una serie infinita no puede tener una suma finita, de que no puede haber otra geometría que la de Euclides, de que no hay curva sin tangente y de que el conjunto de los números enteros debe ser dos veces más numeroso que el de los pares. También se recurrió a la intuición en apoyo de las ideas de que la longitud de los cuerpos no puede depender de su estado de movimiento, de que el espacio y el tiempo son totalmente independientes entre sí, de que nada puede moverse por sí solo, de que nada puede ocurrir una vez cesada la causa, y de que no puede haber antípoda ni tampoco puede haber sociedades sin propiedad privada, policía, ejército profesional o religión. Lo que caracteriza al conocimiento científico, además de su organización lógica y su exactitud, es la *corroborabilidad* y no la evidencia o la certidumbre subjetiva que a veces se asocian con la intuición y que con tanta frecuencia cobijan prejuicios y supersticiones.

La intuibilidad no constituye un criterio para edificar y evaluar teorías científicas. Una teoría fácilmente intuible es una teoría construida con ideas *familiares* y posiblemente muy visualizables. Semejante teoría probablemente será demasiado superficial y simple y carecerá de una característica deseable para toda teoría nueva: la originalidad. En cambio, tenemos el derecho de pedir que la *presentación* de las teorías cualquiera sea su grado de abstracción, sea “intuitiva” para nosotros, en el sentido de que tenga contactos con nuestro bagaje cognoscitivo. Pero se trata aquí de un requisito didáctico y no científico o metacientífico.

En ciencia es preciso distinguir la evidencia o *certidumbre psicológic*a de la credibilidad objetiva o verosimilitud fundada. Los científicos saben que nada hay que sea gnoseológicamente evidente, por claro y verdadero que pueda parecer a un experto en un

primer momento. Saben que la intuición sensible puede ser defectuosa o aun totalmente engañosa, y ésta es una razón por la cual los datos aislados, sin que sean controlados por instrumentos y teorías, no constituyen los criterios últimos de la verificación empírica. Los científicos saben que no existen las "naturalezas simples" de Descartes, capaces de ser aprehendidas de una vez por todas, ni la "visión de esencias" de Husserl, que nos proporcionaría esencias puras, cuya misma existencia habría que empezar por demostrar.

Los científicos saben, en suma, que la verdad no es producida por la contemplación sino por la imaginación controlada y el trabajo planificado, por la invención impaciente y el paciente ensayo de conjeturas. También saben que las proposiciones y teorías consideradas verdaderas en determinado momento, si se refieren a los hechos, son corregibles y perfectibles. En una palabra, los científicos saben que no puede hallarse, aun con el método científico, ninguna evidencia concluyente ni fundamento último alguno. Como consecuencia de ello, no se unen a los filósofos intuicionistas en su búsqueda de fundamentos y certeza definitivos.

3.2. *"Intuitivo" versus "sistemático"*

El progreso de la ciencia, tanto formal como fáctica, ha consistido en gran parte en *refinar, justificar* o aun *eliminar* los elementos intuitivos que figuran en todas las teorías antes de su formalización. Este proceso no ha tenido lugar solamente en el análisis matemático y la teoría de los conjuntos, donde el razonamiento intuitivo, que opera con analogías con colecciones finitas, había dado origen a ciertas paradojas; lo mismo ocurrió en la geometría y en la mecánica, disciplinas que habitualmente eran consideradas intuitivas. Cuando no puede justificarse una intuición, o cuando ella resiste las tentativas de elucidación, es preciso eliminarla o bien suspenderla, justamente porque la intuición engaña y oculta tanto como los sentidos y la inducción. Bien decía Couturat que "la pretendida 'evidencia' intuitiva puede disimular un error de razonamiento o un postulado".[45]

En el contexto de la filosofía analítica suelen llamarse *intuitivos* aquellos conceptos, proposiciones y demostraciones que aún no se han pasado en limpio, que no se han elucidado o reconstruido de manera exacta. Es así que Quine dice: "Por exposición intuitiva entiendo aquélla en que los términos se usan en las formas habituales, sin

reflexionar sobre la manera en que podrían definirse o sobre las presuposiciones que podrían ocultar".[46] Tal procedimiento —el habitual— puede denominarse *semánticamente intuitivo.*

Pero también hay otra manera de razonar que es *sintácticamente intuitiva*: se trata de aquella que capta más o menos directamente algunas relaciones lógicas, tales como las de inclusión, contradicción, implicación lógica y transitividad. Así, por ejemplo, decimos que "se ve fácilmente" (o "es obvio" o "es natural") que la relación de precedencia es transitiva, o que "*n* es divisible por 4" implica "*n* es divisible por 2" y no viceversa.[47] Pero no se trata aquí de facultades misteriosas del alma; simplemente es asunto de entrenamiento, y quienes no lo hayan tenido ni siquiera entenderán de qué se habla. Incluso los expertos no siempre están a salvo de cometer falacias elementales, como, por ejemplo, tomar la flecha de un solo sentido "si *p*, entonces *q*" por la flecha de dos sentidos "*p* si y sólo si *q*".

Los análisis lógico y semántico contribuyen a la elucidación *(elucidation* o *explication)*[48] de términos toscos, preanalíticos o intuitivos. Pero en las ciencias esta tarea de refinamiento conceptual se lleva a cabo casi automáticamente junto con la elaboración teórica; la teorificación[49] de un concepto o de un enunciado es la manera más común y probablemente más eficaz de refinarlos. Rara vez el científico se detiene para construir una definición cuidadosa de algún término clave. El significado de un término científico es mejor especificado por el conjunto de todos los enunciados de ley en los que aparece.

El lenguaje ordinario carece de una técnica para decidir si una proposición se sigue realmente de otra; nos contentamos con una estimación "intuitiva", que puede ser falsa. El *non sequitur*, disfrazado por tanto *"ergo"* y demás términos parientes, constituye la maleza más común del lenguaje ordinario. Sólo recurriendo a las técnicas simbólicas podemos atacar confiados el problema de probar la existencia de una relación de deducibilidad. En estos casos podemos arribar a resultados contraintuitivos, es decir, a proposiciones que contradicen el sentido común.

No debe olvidarse, sin embargo, que la elucidación es gradual. Hay diferentes niveles de análisis y diferentes grados de refinamiento en los argumentos, y no hay prueba alguna de que el proceso de refinamiento pueda acabar, salvo que se deje completamente de lado el concepto en cuestión o incluso la pauta de inferencia que se esté considerando. Lo que es refinado para el matemático corriente puede ser intuitivo para el lógico. (Como

dijo Bôcher: "En el mundo hay y habrá siempre lugar para buenos matemáticos de todos los grados de precisión".)[50] Lo que ocurre es que llega un momento en que el proceso de refinamiento de los conceptos y las demostraciones satisface *nuestros* estándares de rigor, y esos estándares pueden ser alterados.

El analista del siglo dieciocho se contentaba con consideraciones "intuitivas" acerca de las curvas generadas por puntos en movimiento y el incremento y la disminución de propiedades físicas. Luego vino la aritmetización del análisis, que eliminó toda referencia a entes y procesos físicos que anteriormente aparecían en las definiciones de infinitesimal y de límite, y que todavía utilizamos en un enfoque preliminar o intuitivo, como cuando decimos que $1/x^2$ "aumenta" cuando x tiende a 0, o que tiende a 0 "más rápidamente" que $1/x$ cuando x "crece". (Puesto que no son objetos físicos, los números no pueden crecer ni encogerse.)

¿Quién sabe qué estándares de rigor y qué técnicas para aumentar el rigor se establecerán en el futuro? La fe de los formalistas en la total formalización de las teorías y, por consiguiente, en la obtención definitiva de un rigor absoluto ha demostrado ser una ilusión tan grande —pero muchísimo más fértil— que la fe de los intuicionistas en la evidencia de las intuiciones básicas.

3.3. *El papel de la intuición en la ciencia*

Es tiempo ya de evaluar la función de la intuición en la ciencia. La historia de la ciencia es la biografía de los éxitos y los fracasos de la actividad cognoscitiva, que es empírica, intuitiva y racional en varios sentidos. Nada hay en esa historia que permita asegurar la presunción de que la intuición intelectual, una forma intermedia entre la sensibilidad y la razón discursiva, sea superior a la experiencia o al pensamiento alerta. Las intuiciones, y aun las captaciones sinópticas, se dan aisladas entre sí, por lo cual son estériles por sí mismas. En el mejor de los casos las intuiciones pueden ser consideradas, con palabras de un distinguido meteorólogo, como teorías no formuladas ni corroboradas.[51] Solamente las teorías formuladas, las teorías *stricto sensu*, es decir, los sistemas de proposiciones que respeten alguna teoría lógica, pueden vincular entre sí conceptos intuitivos y pueden refinarlos hasta obtener conceptos exactos y fértiles. Sólo en el seno de las teorías los problemas se dan en grupos, de modo tal que la solución de

uno de ellos arroja alguna luz sobre otros relacionados, y a su vez plantea nuevos problemas en el mismo campo o en campos contiguos. Y sólo en las teorías la corroboración de una proposición implica la confirmación o la refutación de otras proposiciones. La decisión acerca de la adecuación de cualquier idea, incluso una decisión provisoria, requiere su desarrollo analítico previo, y éste es un procedimiento exclusivamente racional. Ahora bien, si la idea se refiere al mundo, o a nosotros mismos, exigirá además procedimientos empíricos. Ninguna intuición que escape a uno u otro procedimiento, el racional y el empírico, será fructífera.

En ciencia, la intuición, junto con la analogía y la inducción, es considerada como herramienta heurística, como guía y apoyo del raciocinio. Como dijo Rey Pastor en relación con la matemática, la intuición "nos hace adivinar o presentir multitud de propiedades que de otro modo no llegaríamos a descubrir. La intuición nos sirve de guía en las demostraciones, indicándonos el camino que debemos seguir para alcanzar perfecto rigor. [Perol en la matemática moderna queda relegada la intuición al papel de guía, que no sirve para demostrar nada, aunque ayuda a concebir la demostración rigurosa".[52]

Además, la intuición no se da de un modo manifiesto en los comienzos mismos de la ciencia, en los que encontramos la formulación de problemas cuyo origen psicológico es una insatisfacción racional o una necesidad práctica. Tampoco interviene la intuición en la presentación final de las teorías. Finalmente, la intuición no subyuga a la lógica en la etapa constructiva; se trata, en cambio, de un aspecto de un proceso complejo en el cual la deducción y la crítica son por lo menos tan importantes como la inspiración.

Al igual que las otras formas de conocimiento y razonamiento, las diversas formas de intuición deben ser *controladas* para que sean útiles. Embretada entre la intuición sensible y la razón pura, la intuición intelectual es fértil. Pero incontrolada conduce a la esterilidad, como lo muestra el caso de los filósofos intuicionistas a quienes la humanidad sólo les debe declamaciones sobre las virtudes de la intuición y los pecados de la razón, pero ninguna verdad parcial lograda con el auxilio de las diversas intuiciones filosóficas, cuya existencia afirman sin ofrecer pruebas.

En suma, sería absurdo negar la existencia de intuiciones de diverso tipo como fenómenos psíquicos interesantes. El resultado negativo que se logra ignorando su existencia consiste en que varias seudociencias monopolizan un sector importante del pensamiento. Una actitud constructiva hacia el problema de la intuición implica:

a) analizar cuidadosamente los múltiples significados del término "intuición" y no abusar de él;

b) analizar empírica y teóricamente, en el contexto de la psicología científica, este singular compuesto de experiencia y razón;

c) refinar los productos de la intuición mediante la elaboración de conceptos y proposiciones que precisen, incluyan y a la vez enriquezcan a los intuitivos.

3.4. *Las computadoras y la intuición*

Nadie pone en tela de juicio la potencia y versatilidad de las computadoras electrónicas de alta velocidad. Lo discutible es la *ideología* que ha surgido en los últimos años respecto de éstas. Son artículos de fe de esta ideología: *a)* que las computadoras pueden hacer cuanto hacen los humanos, y aun mejor; *b)* que el cerebro humano no es sino una computadora, de modo que la manera de entender las funciones mentales es estudiar cómo funcionan las computadoras, y *c)* que las computadoras terminarán por dominar al hombre. Examinemos brevemente estas tesis.

Es verdad que las computadoras pueden almacenar y elaborar cantidades prodigiosas de información. Pero es falso que puedan reemplazar con ventaja al cerebro humano, y esto porque tienen, entre otras, las siguientes limitaciones. Primero, las computadoras no plantean problemas sino que ayudan a resolverlos. Ésta es una limitación clave, porque toda investigación, sea en ciencia, técnica, o las humanidades, consiste en investigar problemas. Segundo, las computadoras no son creadoras y, más aún, no queremos que lo sean: son útiles en la medida en que obedecen nuestras instrucciones. Tercero, las computadoras carecen de intuición, en particular de fluir para imaginar hipótesis, y de frónesis *(judgment)* para evaluar ideas. Más aún, no nos gustaría que tuvieran intuición, ya que entonces no serían de fiar. Por el contrario, las necesitamos para controlar nuestras corazonadas. En resumidas cuentas, no es verdad que las computadoras pueden hacer todo lo que podemos hacer los humanos.

Tampoco es cierto que los cerebros funcionen como computadoras. No podrían hacerlo, ya que están compuestos por células vivas que satisfacen leyes biológicas, no por objetos físicos. Para refutar la tesis de la similitud esencial entre cerebros y computadoras baste recordar que éstas sólo elaboran ("procesan") información: no la

crean. Son dispositivos analíticos y combinatorios carentes de la espontaneidad y creatividad características del cerebro humano. Incluso la memoria humana difiere de la “memoria” de una computadora: la primera borra, agrega y reorganiza, en tanto que la segunda conserva fielmente cuanto se le ha confiado. Como si esto fuera poco, la inteligencia humana no es puramente racional, sino que está íntimamente enlazada con la percepción y con la afección. Por ejemplo, al razonar a menudo nos valemos de imágenes visuales. A diferencia de las computadoras, somos capaces de tomarnos algunas ideas a pecho y aun con pasión, lo que a veces nos ciega pero otras nos ilumina. Dadas estas diferencias, la estrategia de buscar entender el cerebro estudiando computadoras es fundamentalmente errada. El cerebro y sus funciones mentales se van entendiendo a medida que se profundiza el estudio del cerebro y sus funciones mentales.[53]

Finalmente, el temor (o la esperanza) de que las computadoras terminarán por dominarnos es absurdo, ya que, en última instancia, son seres humanos quienes las controlan. Basta desconectarlas para inactivarlas. Lo que sí es de temer es que se abuse de los programas que dan como resultado final decisiones que afectan a nuestras vidas. Esto es de temer porque, al habituarnos a delegar decisiones a computadoras, podemos renunciar a nuestra responsabilidad. Más aún, podemos olvidar que los programas respectivos suponen principios científicos o morales falibles, por lo cual debiéramos revisarlos de cuando en cuando. En otras palabras, el abuso de las computadoras nos torna dogmáticos sin saberlo: nos acostumbramos a *aplicar* (vicariamente, vía computadoras) principios científicos o morales, olvidando la necesidad de controlarlos, revisarlos o enriquecerlos.

En resolución, las computadoras no sienten ni dudan ni formulan problemas ni tienen corazonadas ni tienen “olfato” para “ver” y sopesar ideas o actos. Ni siquiera piensan por cuenta propia, esto es, independientemente de los programas con que se las alimenta.[54] Por estos motivos no se equivocan al ejecutar instrucciones (a menos, claro está, que se les dé alguna instrucción equivocada o que se descompongan). Por los mismos motivos las computadoras son incapaces de crear y evaluar ideas radicalmente nuevas: son, para decirlo de manera antropomórfica, conservadoras y dogmáticas. La vida, en cambio, nos exige innovación y, por esto, crítica permanentes. Y éstas no son computables aun cuando el cálculo interviene a menudo en la innovación y la crítica. El cálculo vale plata, pero la intuición vale oro, y la creatividad, sea intelectual, artística o moral, no tiene

precio.

1. Contra esta distorsión véanse las protestas de Bernard, Introduction à l'étude de la médecine expérimentale (1865), pp. 85-86; Bôcher, "The Fundamental Conceptions and Methods of Mathematics" (1905); Klein, Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus (1911-14); Poincaré, Science et méthode (1908), libro I, cap. III; Pólya, Mathematics and Plausible Reasoning (1954); una obra completa y admirable destinada a destruir el mito de que la deducción es suficiente en matemática.

2. La más vigorosa acusación del inductivismo se encuentra en Popper, The Logic of Scientific Discovery (1935, 1959).

3. En La valeur de la science (1906), p. 20, Poincaré distinguía cuatro clases de intuición: a) la apelación a los sentidos y a la imaginación (siendo esta última fundamentalmente la capacidad de representación visual); b) la generalización inductiva; c) la intuición del número puro, que daría el principio de inducción matemática, principio que, señalémoslo de paso, puede demostrarse; y d) la visión de conjunto.

4. Cf. Schlick, Allgemeine Erkenntnislehre (1925), p. 77.

5. Russell, Mysticism and Logic (1918), cap. X.

6. Reichenbach, The Philosophy of Space and Time (1928-1958), p. 107.

7. Para un examen de las diversas interpretaciones heterodoxas de la mecánica cuántica que han sido propuestas en los últimos años, véase Bunge, Metascientific Queries (1959), cap. IX. Para una interpretación realista, véase Bunge, Foundation of Physics (1967), Filosofía de la física (1978), y Controversias en física (1983).

8. Esta interpretación de los gráficos de Feynman es defendida en la primera de las obras citadas en la nota 7.

9. Frank, Modern Science and its Philosophy (1949), p. 148.

10. Bartlett, The Relevance of Visual Imagery to the Process of Thinking (1927), p. 29.

11. Hadamard, The Psychology of Invention in the Mathematical Field (1945), cap. VI.

12. Para una crítica de los abusos de la metáfora en la literatura cibernética, véase Bunge, Metascientific Queries (1959), p. 148 y ss. El abuso de las analogías en la mecánica cuántica se critica en Bunge, Filosofía de la física (1978), cap. 6.

13. Pederson-Krag, "The Use of Metaphor in Analytic Thinking" (1956), donde se sostiene que la psicología requiere la expresión analógica.

14. El papel de la imaginación en el diseño de experimentos fue subrayado por Mach en Erkenntnis und Irrtum (1905), cap. IX.

15. Cf. la áspera polémica de Borel contra Couturat en "Logique et intuition en mathématiques" (1907). En parte fue una discusión entre sordos, puesto que Borel defendía la intuición sensible mientras que Couturat atacaba fundamentalmente la intuición metafísica de Bergson.

16. V. gr. Wertheimer, en Productive Thinking (1945), dedica todo el capítulo VII a la génesis de la teoría especial de la relatividad de Einstein, sin decir nada que no pueda encontrarse en una buena historia de la ciencia.

17. Éste fue uno de los argumentos principales de Peirce contra el intuicionismo en "Questions Concerning Certain Faculties Claimed for Man" (1868), reproducido en Values in a Universe of Chance. El punto de vista opuesto, de que hay rupturas radicales o revoluciones que arrasan con el pasado, es sustentado por Kuhn en su célebre La estructura de las revoluciones científicas (1962). Véanse una crítica de esta tesis catastrófica y una

defensa del evolucionismo, en Bunge, Treatise on Basic Philosophy, 6° tomo, cap. 15 (1983), y Racionalidad y realismo (1985).

18. Tal cosa sostienen Springbett, Dark y Clake, “An Approach to the Measurement of Creative Thinking” (1957).

19. Freud, A General Introduction to Psychoanalysis (1924), p. 305.

20. Taylor, Berry y Block, “Does Group Participation when Using Brainstorming Facilitate or Inhibit Creative Thinking?” (1958).

21. Apud Libby, “The Scientific Imagination” (1922). Véase también el libro de Selye, descubridor del estrés fisiológico, From Dream to Discovery (1964).

22. Un psicólogo podría decir que la imaginación científica se ajusta a la realidad, mientras que la imaginación no científica es autista. Cf. McKellar, Imagination and Thinking (1957).

23. Couturat, “Logistique et intuition” (1913), p. 266. Véase también el libro del premio Nobel Yukawa, Creativity and Intuition (1973), en particular el cap. III sobre creatividad y originalidad.

24. Cobb, Foundation of Neuropsychiatry (1952), p. 250; allí encontramos la siguiente elucidación de “intuición”: “La intuición puede ser definida como un razonamiento que parte de premisas y según procesos que se han olvidado. Es un ejemplo extremo de lo que ocurre en la mayor parte de los razonamientos”.

25. Couturat, op. cit., p. 267.

26. Para una discusión del concepto de sistematicidad conceptual, véase Bunge, “The Weight of Simplicity in the Construction and Assaying of Scientific Theories” (1961), sec., 1.2, La investigación científica (1983), cap. 7.

27. Hadamard, The Psychology of Invention in the Mathematical Field (1945), pp. 65-66.

28. Una medida de la escasez de estudios en este campo puede obtenerse por medio de un examen de los Psychological Abstracts, un índice de referencia internacional. La sección sobre “Pensamiento e imaginación” es una de las menos gruesas. Entre los años 1957 y 1959, se registraron un total de 26.416 libros y artículos, de los cuales sólo 277, es decir, alrededor del 1%, se ocupaban del asunto. Si consideramos solamente los trabajos estrictamente científicos, es decir, si no tomamos en cuenta los artículos literarios y las arbitrarias interpretaciones oníricas, el porcentaje sería aun mucho menor.

29. Cf. Los estudios de Poincaré, Science et méthode (1908), Libro I, cap. III; Hadamard, The Psychology of Invention in the Mathematical Field (1945); Platt y Baker, “The Relation of the Scientific ‘Hunch’ to Research” (1931); Cannon, The Way of an Investigator (1945); Dubos, Louis Pasteur (1950); Bartlett, Thinking: An Experimental and Social Study (1958); Skinner, “A Case History in Scientific Method”, en Koch (comp.), Psychology: A Study of a Science (1959), vol. II; Medawar, Induction and Intuition in Scientific Thought (1969); Mikulinskij y Jarosevskij, “Psychologie des wissenschaftlichen Schaffens und Wissenschaftslehre” (1970).

30. Bernard, Introduction à l’étude de la médicine expérimentale (1865), p. 66.

31. Platt y Baker; cf. nota 29. Para estudios más recientes véase Martindale, Cognition and Consciousness (1981), y Gilhooly, Thinking (1981).

32. Cf. Bunge, La causalidad (1961), cap. 1, sec. 1.5.2.

33. Osgood, Method and Theory in Experimental Psychology (1953), pág. 613.

34. Whewell, Novum Organum Renovatum (1858), p. 59. Puede hallarse una vindicación de Whewell en Schiller, “Hypothesis”, en Singer (compilador), Studies in the History and Method of Science (1921), p. 426 y ss. Schiller enmienda correctamente: en vez de decir la hipótesis correcta, deberíamos decir la mejor.

35. Poincaré, La valeur de la science (1906). Esta perogrullada es ignorada, tanto por los positivistas, que sólo se fijan en el proceso de comprobación, como por Popper y sus seguidores, a quienes sólo les preocupa la crítica de las hipótesis y dejan la investigación de sus orígenes (al igual que los positivistas) en manos de los psicólogos.

36. Whewell, History of the Inductive Sciences (1858), I, p. 45.

37. Whewell, Novum Organum Renovatum (1858), p. 65.

38. Diesel, Die Entstehung des Dieselmotors (1913), en Klemm, A History of Western Technology (1959), p. 342.

39. Diesel, op. cit., pp. 342-6.

40. Cf. Bartlett, Thinking: An Experimental and Social Study (1958), p. 65.

41. Cf. Beth, "Cogito ergo sum —raisonnement ou intuition?" (1958).

42. En su nefasta lucha contra la lógica moderna, Poincaré tuvo la debilidad de concederle que era "el instrumento de la invención". En realidad, rara vez se da una demostración rigurosa sin una visión global previa del proceso, así como tampoco hay invención ajena a las relaciones lógicas; la chispa no surge en el vacío.

43. Incluso las llamadas pruebas sin premisas, que tienen lugar en lógica, exigen extraer las premisas adecuadas de la proposición que debe probarse. De aquí que deberían denominarse "pruebas sin más premisas que las suministradas por el demonstrandum". Por ejemplo, para probar "$(\exists x)Fx \Rightarrow (x)F(x)$" podemos elegir como premisas el antecedente y la negación del consecuente de este mismo condicional.

44. Bartlett, Thinking: An Experimental and Social Study (1958), pp. 156-7.

45. Couturat, Les principes des mathématiques (1905), p. 288.

46. Quine, Word on Object (1960), p. 36.

47. Cf. Pap, Elements of Analytic Philosophy (1949), p. 468.

48. El término "explication" fue introducido en este sentido por Whewell en Novum Organum Renovatum (1858), p. 30, y fue reintroducido independientemente por Carnap, Logical Foundations of Probability (1950), cap. I.

49. El neologismo "teorificación", que designa la incorporación de una hipótesis en una teoría o su expansión hasta formar una teoría, se introduce y elucida en Bunge, "The Place of Induction in Science" (1960).

50. Bôcher, "The Fundamental Conceptions and Methods of Mathematics" (1905), p. 135.

51. Eady, "Climate", en Bates (comp.), The Earth and its Atmosphere (1957), p. 114.

52. Rey Pastor, Introducción a la matemática superior (1916), p. 64.

53. Para una exposición y defensa del enfoque biológico de la mente, véase Bunge, The Mind-Body Problem (1980). [Trad. esp., El problema mente-cerebro, Madrid, Tecnos, 1984.]

54. Véase Bunge, "Do computers think?" (1956), y Bunge y Ardila, Filosofía de la psicología (1988).

CONCLUSIONES

El precedente examen de la intuición y el intuicionismo sugiere las siguientes conclusiones:

1) *La intuición intelectual es un género de fenómenos psíquicos intermedio entre la intuición sensible y la razón* o que participa de ambas. Los diversos tipos de intuición interesan por igual a la psicología del pensamiento, la teoría del conocimiento y la teoría de la inferencia plausible (no demostrativa).

Pero la mera existencia de esta clase de fenómenos más bien *plantea* problemas en vez de resolverlos. Decir, por ejemplo, que "se ve intuitivamente que *p*" o que "se ve intuitivamente que *q* se sigue de *p*" no resuelve las cuestiones acerca de la convalidación de *p* y la validez de la inferencia; más aún, plantea el problema de por qué para ciertas personas en determinadas circunstancias resultan intuitivas ciertas proposiciones y ciertos argumentos.

La existencia de intuiciones de diversas clases no prueba la existencia de un método para obtener conocimientos seguros de una manera directa. Tampoco autoriza a proclamar una filosofía intuicionista, del mismo modo que la innegable existencia y utilidad de la analogía y de la inducción no bastan para probar la existencia de un método analógico o de un método inductivo concebidos como conjuntos de reglas de procedimiento infalibles y nítidamente establecidas para la obtención de la verdad.

Por otra parte, toda teoría es una construcción racional, y si queremos lograr una *teoría* adecuada de la intuición no debemos recurrir a filósofos que insultan a la razón. Un intuicionista coherente se negará a edificar una teoría convincente de la intuición; a título de ejemplo citemos a Le Roy, quien sostuvo que "intuición" es indefinible y que por medio de la intuición sólo pueden obtenerse intuiciones.[1] Un intuicionista coherente se abstendrá de analizar la palabra "intuición" y de estudiar sus diversos designados; su propia filosofía antia-nalítica le impedirá hacerlo. Esperar una teoría intuicionista de la

intuición es tan ingenuo como esperar una teoría mística de la comunión mística o una teoría esquizofrénica de la esquizofrenia. Y mientras no dispongamos de una teoría científica de los diversos tipos de intuición intelectual, haremos bien en ser parcos en el uso de la palabra "intuición" que, como lo habría dicho un *philosophe* del siglo dieciocho, muchas veces no es más que el nombre de nuestra ignorancia.

2) *La intuición es fértil en la medida en que es refinada y desarrollada por la razón.* Los productos de la intuición son toscos hasta el punto de ser a menudo inutilizables: es preciso elucidarlos, desarrollarlos, complicarlos. El "relámpago" intuitivo, la corazonada, puede ser interesante si se da en la mente de un experto y si se expurga e inserta en una teoría, o por lo menos en un cuerpo de creencias fundadas. Es de este modo como nuestras intuiciones adquieren claridad y envergadura; convertidas en conceptos y proposiciones se las puede someter a análisis, desarrollar y enlazar lógicamente con otras construcciones conceptuales. Las intuiciones fecundas son aquellas que se incorporan a un cuerpo de saber racional, y de esta manera *dejan* de ser intuiciones.

En el desarrollo histórico de toda disciplina, la etapa "intuitiva" o presistemática es la primera. Pero esto no significa que en el comienzo de toda teoría *solamente* encontremos intuiciones y que éstas sean completamente borradas por la formalización progresiva de la teoría. En la ciencia no hay intuición sin lógica, aunque es verdad que ocasionalmente algunas ideas "saltan a la mente" en un estado de completa madurez;[2] cabe dudar de que pueda haber una pulcritud lógica definitiva (véase *El tercero excluido*, cap. II). Como en el caso de la higiene, lo que se logra en cada etapa se juzga de acuerdo con los cánones en vigencia, que suelen tornarse cada vez más exigentes.

La intuición difiere de la razón y, a menos que nos propongamos disminuir la distancia entre ellas, se obstaculizarán mutuamente: la intuición ineducada bloqueará al razonamiento, y a su vez el razonamiento equivocado o fuera de lugar malogrará a la intuición valiosa. En cambio, la intuición educada es razón, y la razón familiar es intuitiva. Por ejemplo, el diagrama ilumina a la idea formal, y ambos se funden en la geometría analítica, que une la figura con la fórmula algebraica. Otro ejemplo: no tiene mucho sentido aplicar la noción rigurosa de límite para demostrar que $1/x$ tiende a cero cuando x tiende a infinito, si antes no se ha "visto" intuitivamente que esto es así. Tercer ejemplo: la idea intuitiva y global se aclara y analiza cuando es traducida a un programa de ordenador, ya que éste no "entiende" ideas globales y a medio cocinar. (Véase en Papert [1980] un elocuente alegato en favor del uso del ordenador en la escuela para

franquear la distancia entre intuición y razón.)

3) *La construcción de teorías abstractas trae aparejada la eliminación casi total de elementos intuitivos*. La proliferación de teorías abstractas, consistentes en signos que carecen de significado fijo, tanto en la lógica, como en la matemática, muestra la fertilidad de la razón discursiva, que construye estructuras puras, como los espacios y los grupos puros, es decir, espacios y grupos a secas y no *de* algo. Los elementos o miembros de estas estructuras carecen de una "naturaleza" determinada, lo que permite asignar *a posteriori* una pluralidad de interpretaciones a las estructuras.[3] Lo importante en estas teorías son las relaciones entre los elementos antes que los elementos mismos, que, salvo las condiciones que satisfacen, quedan totalmente indeterminados.

Sin embargo, estas estructuras puras no son construidas intuitivamente, sino que, por el contrario, se las construye eliminando, en la medida de lo posible, el contenido intuitivo (aritmético, geométrico o cinemático) que habitualmente ofrecen las ideas en su forma original, y haciendo jugar "principios" contraintuitivos tales como la relación de isomorfismo o de apareamiento entre los elementos y las relaciones de conjuntos heterogéneos. No es la intuición sino la razón pura la que puede mostrar la "esencia" de las diversas teorías matemáticas abstractas, porque —a pesar de que esto pueda sonar paradójico o antiintuitivo— lo esencial en ellas es su forma lógica.

4) *Una eliminación similar de los elementos intuitivos acompaña al refinamiento de las teorías fácticas.* Hemos descrito anteriormente lo que podría denominarse teorías *semánticamente abstractas*, esto es, sistemas de signos no interpretados. Pero estas teorías constituyen una subclase de una clase más amplia, la de las teorías *gnoseológicamente abstractas*, es decir, aquellas que contienen conceptos muy distanciados de los datos de los sentidos, o términos que no son fácilmente visualizables. Toda teoría fáctica, en la medida en que convierte los fenómenos dados en problemas por resolver, tiende a alcanzar grados cada vez más altos de abstracción gnoseológica. En este sentido, el progreso de la ciencia fáctica se asemeja al de la matemática: ambas son cada vez menos intuitivas.

Es importante destacar que la abstracción gnoseológica no implica necesariamente una falta de referencia objetiva, esto es, abstracción semántica. Las teorías físicas, aunque refinadas, son todas sistemas *interpretados* (semánticos), y, por consiguiente, no son abstractas semánticamente. Pero algunas de ellas son más complicadas o elaboradas que otras y contienen menos conceptos visualizables que las teorías más "concretas". A nadie

se le ha ocurrido decir que la termodinámica es una teoría semánticamente abstracta porque sus conceptos fundamentales (estado, temperatura, energía, entropía) son menos intuitivos o porque todos sus diagramas son no figurativos, en el sentido de que no representan el movimiento de un sistema en el espacio-tiempo.

5) *La evidencia es una propiedad psicológica de los juicios y los raciocinios y no una propiedad lógica de las proposiciones y las inferencias.* En consecuencia, *a)* aunque el fenómeno de la evidencia o claridad inmediata es interesante desde el punto de vista psicológico y didáctico, es irrelevante gnoseológica y lógicamente; cualquiera sea el modo en que se relacione con el *reconocimiento* y la *aceptación* de la verdad, no es relevante respecto de la demostración de la verdad ni respecto de la teoría de la verdad, que deben proceder independientemente de consideraciones psicológicas y pragmáticas; *b)* no existe criterio *objetivo* alguno de completa evidencia, de modo que toda decisión de considerar tal o cual proposición como evidente, y, por tanto, como fundamental o primitiva, es completamente arbitraria desde un punto de vista lógico;[4] *c)* hay *grados* de evidencia psicológica y de rigor lógico; para el experto serán evidentes algunos argumentos y proposiciones que pueden resultar simplemente ininteligibles para el profano, y rechazará estándares de rigor de éste, y *d)* no hay justificación alguna para seguir identificando "evidente" (categoría psicológica) con "axiomático" (término metalógico).

6) *La evidencia no es necesaria ni suficiente para la verdad de una proposición ni para la validez de una inferencia.* Que no es suficiente lo prueba empíricamente el montón de disparates que se ha querido hacer pasar por intuiciones evidentes.[5] Que no es necesaria lo muestra el hecho de que la mayor parte de los enunciados de alto nivel de la ciencia fáctica distan de ser evidentes, incluso para los científicos de campos contiguos.

7) *Las premisas de la ciencia fáctica pueden ser sugeridas de varias maneras, pero no hay modo alguno de probarlas concluyentemente.* La analogía, la inducción y quizá también otras formas de inferencia plausible, den lugar a hipótesis, pero no a verdades seguras. Estas suposiciones, antes de ser aceptadas, deberán someterse a ciertas comprobaciones teóricas y empíricas, e incluso entonces su aceptación será provisoria. Si las hipótesis se adoptan como postulados de alguna ciencia fáctica, es casi seguro que a la larga tendrán que ser corregidas o aun abandonadas del todo; y si las suposiciones pertenecen a la ciencia formal, no debe excluirse la posibilidad de encontrar en el futuro

postulados más fértiles y comprensivos. En cuanto a la intuición intelectual, por ejemplo la intuición física o geométrica, no cabe duda de que posee un enorme valor heurístico, pero su valor probatorio es nulo y no funciona más que en el seno de un cuerpo de conocimientos.

8) *La certeza última y los fundamentos inconmovibles no forman parte de los objetivos de la investigación científica,* aunque pocos son los científicos que resisten el hechizo de los espejismos. El progreso del conocimiento no consiste en la eliminación gradual de dudas y la correspondiente fijación gradual de creencias, sino en plantear nuevos interrogantes o reformular viejos problemas a una nueva luz, en suministrar soluciones provisorias de éstos con el auxilio de teorías más generales y profundas, así como de técnicas más poderosas y precisas, y en crear nuevas dudas. En ciencia, a diferencia del dogma, por cada duda que disipamos obtenemos varios interrogantes nuevos. Por consiguiente, la investigación científica no es fundamentalista ni infalibilista (véase *Raíces del intuicionismo aristotélico*, cap. I).

9) *El hecho de que en la ciencia se den intuiciones no apoya al intuicionismo.* La investigación científica no es una ristra de "visiones" o juicios exentos del análisis y la comprobación. Es cierto que los científicos creadores tienen "revelaciones naturales" o "iluminaciones", pero ello nunca acontece antes de encontrar, formular y estudiar un *problema.* Las corazonadas, las captaciones globales y otras formas de intuición acaecen como resultado del análisis cuidadoso de problemas, como premio por ocuparse de éstos pacientemente y a menudo de una manera obsesiva (véase *La imaginación creadora*, cap. III).

Indudablemente, la mera elección y formulación de un problema científico o filosófico exige cierta dosis de penetración y sano juicio, o frónesis. No todo el mundo es capaz de advertir las lagunas que deben ser llenadas, de evaluar correctamente su importancia y de estimar la probabilidad de llenarlas con éxito. Pero los científicos adquieren dicho "olfato" después de una larga experiencia. Además, no basta la penetración: la mayor parte de las veces es necesario trabajar duramente para plantear el problema de una manera conveniente, esto es, de modo que pueda intentarse su solución con los medios disponibles.

Entre el reconocimiento de un problema y su solución hay, en el orden psicológico, diversas etapas: la etapa preparatoria o de asimilación de los conocimientos pertinentes, la imaginación y el ensayo de varias hipótesis, la síntesis que parece resolver el problema y,

finalmente, la comprobación de la conjetura. En todos estos pasos intervienen todas las disposiciones psíquicas, incluyendo los diversos tipos de intuición.

10) *El intuicionismo filosófico, antianalítico y crédulo se opone al espíritu científico, que es esencialmente analítico y crítico.* Al postular sin fundamento la existencia de una vía extraordinaria de conocimiento, superior a la experiencia y a la razón, el filósofo intuicionista se ahorra el análisis de la experiencia cognoscitiva; al proclamar la evidencia de lo que "aprehende" intuitivamente (o, mejor dicho, elabora), elude la crítica. En ambos casos mata el problema del conocimiento en lugar de contribuir a resolverlo.

Incluso el intuicionismo matemático es filosóficamente ingenuo en la medida en que afirme la existencia de nociones inanalizables (esto es, que no pueden ser elucidadas), a saber aquellas que son dadas intuitivamente. Cuando no es una muestra de candor —como en el caso del intuicionismo moderado de los racionalistas tradicionales—, el intuicionismo filosófico puede ser una forma patológica de rigidez mental y de engreimiento, como lo ilustran Husserl, Scheler y Heidegger.

El intuicionismo arrogante y dogmático, lindante con el mesianismo, parece consistir en un desorden psiquiátrico antes que en una actitud filosófica. Solamente los megalómanos tienen el derecho de creer que pueden "captar" la verdad completa sin pasar por el proceso de la experiencia ordinaria y la razón discursiva, y sólo ellos creen que sus propias intuiciones o iluminaciones son infalibles.

11) *El intuicionismo filosófico es, en el mejor de los casos, estéril.* No ha producido conocimiento nuevo alguno, y no puede suministrarlo por ser acrítico y antiteórico, y porque la intuición no es un modo de conocimiento independiente. Ni los científicos ni los filósofos científicos medran con datos sensibles, intuiciones o principios eternos, sino con problemas, con sus soluciones y con técnicas escrutables para resolverlos. Y no queda *problema* importante, si se asegura la existencia de una facultad por medio de la cual se aprehende directa y apodícticamente la esencia de cualquier objeto.

La ciencia, lejos de amontonar intuiciones (siempre vagas, aisladas e inseguras), busca datos y problemas, y construye teorías y métodos, en lugar de "aprehenderlos". El hallazgo de problemas, la recolección de datos, la construcción de teorías no especulativas y el diseño y test de técnicas, todo ello es desalentado por el intuicionismo, que tiene un efecto paralizante sobre las llamadas ciencias del espíritu, en particular las sociales. El motivo está a la vista: la intuición de lo social se limita a la experiencia

individual en pequeños grupos, tales como la familia y la pequeña empresa. Los grupos sociales numerosos, tales como las grandes empresas y los estados, son sistemas muy complejos que es preciso concebir y, en lo posible, modelar. La intuición falla necesariamente al pretender extrapolar a esos macrosistemas lo que vale para los pequeños grupos.[6] Por este motivo el intuicionismo filosófico ha tenido una influencia negativa sobre las ciencias sociales en los países donde ha sido la filosofía dominante.[7] Encomendar un trabajo científico a un intuicionista (que, si es sincero, lo espera todo de una visión interior), sería tan razonable como encargárselo a un adivino o a un médium.

La investigación científica se torna cada vez más una empresa cooperativa; es una tarea social incluso aunque no se la emprenda en equipo. El componente social en la investigación científica es la propiedad de ser públicos los problemas, las técnicas y los resultados (salvo algunos casos aberrantes); y también es público su estudio. El intuicionismo se opone a este carácter social del trabajo científico, puesto que considera a cada pensador como una unidad cerrada y valora más lo inefable y oscuro que lo comunicable y claro.

12) *En el peor de los casos, el intuicionismo filosófico es una peligrosa variedad del dogmatismo.* Tanto en el desarrollo del individuo como en la evolución de la cultura, lo primero es el dogmatismo, la aceptación acrítica de creencias; el enfoque crítico es lo que llega último. La creencia y su fijación son anteriores a la duda y la prueba, que constituyen rasgos de madurez. El conocimiento crítico, que se caracteriza por la conciencia de sus supuestos y de sus límites, y también por la exigencia de comprobación, no se encuentra en los niños menores de seis años. Tampoco abunda en el pensar cotidiano, en el pensamiento policial o militar, en la religión o en la filosofía especulativa. El intuicionismo es la más peligrosa de todas las variedades de filosofía dogmática, porque no respeta los instrumentos de *prueba* —la razón y la acción— admitidos por otras filosofías. Es la única filosofía que se *autojustifica*, que no requiere argumentos ni pruebas.

Producto de la pereza mental, de la ignorancia y de la superstición; hijo de una confusión de la evidencia psicológica con la certidumbre gnoseológica; resultado de la insostenible exigencia fundamentalista, del prejuicio infalibilista y del deseo irrealizable de seguridad definitiva, el intuicionismo filosófico es una forma de dogmatismo mucho más peligrosa para la cultura que el racionalismo apriorista o el empirismo sensista. Lleva directamente al autoritarismo, al irracionalismo y al charlatanismo, que son los máximos

enemigos del avance cultural.

Las reglas siguientes pueden considerarse justificadas por lo dicho anteriormente.

La palabra "intuición" debe usarse parcamente y, siempre que sea posible, debe especificarse el tipo de intuición de que se trate.

Deben emplearse principalmente las intuiciones sensible e intelectual, refinando, extendiendo o trascendiendo sus productos a la luz del conocimiento teórico.

No debe dejarse de comprobar intuición alguna, y de tiempo en tiempo deben revisarse nuestras intuiciones más profundamente arraigadas.

Debe prestarse atención a la actitud experimental que caracteriza al intuicionismo matemático, pero no a su ingenuidad gnoseológica ni a su estrategia limitadora.

Debe dirigirse una mirada fría y crítica al intuicionismo filosófico, que es el principal enemigo de la razón y una especie de charlatanería.

1. Le Roy, La pensée intuitive (1929), vol. I, pp. 147-8.

2. Véase Weil, "L'avenir des mathématiques", en Le Lionnais (compilador), Les grands courants de la pensée mathématique (1948), p. 317. [Trad. esp.: Las grandes corrientes del pensamiento matemático, Eudeba, Buenos Aires, 1962.]

3. Para una caracterización de la noción de estructura matemática, véase Bourbaki, "L'architecture des mathématiques" en la obra colectiva mencionada, en la nota 2.

4. Se cuenta que el gran matemático inglés Hardy afirmó en el curso de una de sus lecciones que cierto lema era obvio. Cuando uno de los estudiantes presentes se atrevió a afirmar que a él no le parecía obvio, Hardy se excusó y salió del aula. Al cabo de un cuarto de hora regresó y afirmó escuetamente: "El lema es evidente".

5. Para un examen de muchas creencias semejantes, véase Evans, The Natural History of Nonsense (1946).

6. Véase J. W. Forrester, "Counterintuitive Behavior of Social Systems" (1971).

7. La influencia paralizadora del intuicionismo filosófico en la sociología de América Latina, hasta hace un tiempo, ha sido señalada por Germani, "The Development and Present State of Sociology in Latin America" (1959), p. 131. El pujante desarrollo de las ciencias sociales en América Latina desde ca. 1960 se debe en gran medida al abandono del intuicionismo filosófico.

BIBLIOGRAFÍA

Cuando se dan dos o más fechas la que figura en primer término se refiere a la primera edición.

Aristóteles: "Posterior Analytics", en *The Basics Works of Aristotle*, editadas por R. McKeon, Nueva York, Random House, 1941.

Baldus, Richard: *Formalismus und Intuitionismus in der Mathematik*, Karlsruhe, Braun, 1924.

Bartlett, Frederic C.: "The Relevante of Visual Imagery to the Process of Thinking", *British Journal of Psychology*, XVIII, Londres, George Allen & Unwin, 1927, 23.

—*Thinking: An Experimental and Social Study*, Basic Books, Nueva York, 1958.

Bates, D. R. (comp.): *The Earth and its Atmosphere,* Nueva York, Basic Books, 1957.

Battro, A. M.: "Psicología, geometría y filosofía del espacio visual", *Revista Latinoamericana de Filosofía*, V, 1969, 19-31.

Baylis, C. A.: "Are Some Propositions Neither True Nor False?", *Philosophy of Science*, III, 1936, 157.

Bergson, Henri: "Introduction à la métaphysique", *Revue de métaphysique et de morale*, XI, 1903, 1.

—*L'évolution créatice*, 1907, París, Presses Universitaires de France, 1948.

—"L'intuition philosophique", *Revue de métaphysique et de morale,* XIX, 1911, 809.

Bernard, Claude: *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*, 1865, París, Flammarion, 1952.

Beth, E. W.: "Semantic Construction of Intuitionist Logic", *Medelingen der Koninklijke Nederlandse Akademie van Wettenschappen*, Afd. Letterkunde, N. S., XIX, N° 11, 1956, 357.

—"Cogito ergo sum-raisonnement ou intuition?", *Dialectica*, XII, 1958, 223.

Bishop, Errett: *Foundations of Constructive Analysis,* Nueva York, McGraw-Hill, 1967.

—"The Crisis in Contemporary Mathematics", *Historia Mathematica*, 2, 1975, 507-517.

Black, Max: *The Nature of Mathematics*, Londres: Routledge & Kegan Paul, 1933.

Bôcher, Maxime: “The Fundamental Conceptions and Methods of Mathematics”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, XI, 1905, 115.

Borel, Emile: “Logique et intuition en mathématiques, *Revue de métaphysique et de morale*, XV, 1907, 273.

Bridgman, P. W.: *Reflections of a Physicist*, Nueva York, Philosophical Library, 1955.

Brouwer, L. E. J.: “Intuitionism and Formalism”, *Bulletin of the American Mathematical Society*, XX, 1913, 81.

Bunge, Mario: “La fenomenología y la ciencia”, *Cuadernos Americanos*, México, X, N° 4, 1951, 108.

—“Do computers think?”, *British Journal for the Philosophy of Science*, 7, 1956, 139, 212.

—*Metascientific Queries*, Springfield, III: Charles W. Thomas, 1959.

—*Causality*: *The Place of the Causal Principie in Modern Science*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1959. [Trad. esp.: *Causalidad*, Buenos Aires, Eudeba, 1961.]

—“The Place of Induction in Science”, *Philosophy of Science,* XXVII, 1960, 262.

—*Ética y Ciencia*, Buenos Aires, Siglo Veinte, 1960.

—“The Weight of Simplicity in the Construction and Assaying of Scientific Theories”, *Philosophy of Science*, XXVIII, 1961, 120.

—“Ethics as a Science”, *Philosophy and Phenomenological Research*, XXII, 1961, 139.

—*The Myth of Simplicity*, Englewood Cliffs, N. Jersey, Prentice-Hall, 1963.

—*Foundations of Physics*, Berlín-Heidelberg-Nueva York, Springer, 1967.

—*Filosofía de la física*, Barcelona, Ariel, 1978.

—*Treatise on Basic Philosophy,* 8 tomos publicados hasta la fecha, Dordrecht, Reidel, 1974, 1977, 1979, 1983, 1985.

—*La investigación científica*, 2a ed. Trad. M. Sacristán, Barcelona, Ariel, 1983.

—*Controversias en física*, Madrid, Tecnos, 1983.

—*The Mind-Body Problem*, Oxford, Pergamon Press, 1980, [Trad. esp.: *El problema mente-cerebro*, Madrid, Tecnos, 1985.]

—*Racionalidad y realismo*, Madrid, Alianza Universidad, 1985.

—*Seudociencia e ideología,* Madrid, Alianza Universidad, 1985.

—*Philosophy of Science and Technology,* 2 volúmenes, Dordrecht, Reidel, 1985.

—*Ethics*, Dordrecht, Boston, Reidel, 1986.

Bunge, Mario y Ardila, R.: *Filosofía de la psicología*, Barcelona, Ariel, 1988.
Cannon, Walter B.: *The Way of an Investigator*, Nueva York, Norton, 1945.
Carnap, Rudolf: "Die logizistische Grundlegung der Mathematik", *Erkenntnis*, II, 1931, 91.
—"Foundations of Logic and Mathematics", en *International Encyclopedia of Unified Science*, vol. I, N° 3, Chicago, University of Chicago Press, 1939.
—*Logical Foundations of Probability,* Chicago, University of Chicago Press, 1950.
Cobb, Stanley: *Foundation of Neuropsychiatry,* 5a ed., Baltimore, Williams & Wilkins, 1952.
Courant, Richard y Robbins, Herbert: *What is Mathematics?*, Londres, Oxford University Press, 1941. [Hay traducción española.]
Couturat, Louis: *Les principes des mathématiques,* París, Alcan, 1905.
—"Logistique et intuition", *Revue de métaphysique et de morale*, XXI, 1913, 260.
Curry, Haskell B.: *Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics*, Amsterdam, North-Holland, 1951.
Denjoy, Arnaud: "Rapport général", *Congrès International de Philosophie des Sciences* (París, 1949), París, Hermann, 1951.
Descartes, René: *Oeuvres*, cuidadas por V. Cousin, París, Levrault, 1824-26.
Dewey, John: *Essays in Experimental Logic*, 1916, Nueva York, Dover, 1953.
Dieudonné, Jean: "L'axiomatique dans les mathématiques modernes", *Congrès International de Philosophie des Sciences* (París, 1949), París, Hermann, 1951, III.
Dilthey, Wilhelm: *Gesammelte Werke*, Leipzig-Berlín, Teubner, 1923.
Dubos, René J.: *Louis Pasteur*, *Free Lance of Science*, Boston, Little Brown, 1950.
Dummett, Michael: *Elements of Intuitionism*, Oxford, Clarendon Press, 1977.
Eady, E. T.: "Climate", en *The Earth and its Atmosphere*, compilado por D. R. Bates, Nueva York, Basic Books, 1957.
Evans, Bergen: *The Natural History of Nonsense*, 1946, Nueva York, Vintage Books, 1959. [Hay traducción española.]
Ewing, A. C.: "Reason and Intuition", *Proceedings of the British Academy*, XXVII, 1941.
Feigl, Herbert y Brodbeck, May (comps.): *Readings* in the Philosophy of Science, Nueva York, Appleton-Century-Crofts, 1953.
Feyerabend, Paul K.: *Against Method,* Londres, Verso, 1975.

Forrester, J. W.: "Counterintuitive Behavior of Social Systems", *Theory and Decision*, 2, 1971, 109-140.

Frank, Philipp: *Modern Science and its Philosophy*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1949.

Freud, Sigmund: *A General Introduction to Psychoanalysis*, 1924, Nueva York, Washington Square Press, 1960.

Freudenthal, Hans: "Le développement de la notion d'espace depuis Kant", *Sciences*, N° 3, 1959.

Germani, Gino: "The Development and Present State of Sociology in Latin America", *Transactions of the Fourth World Congress of Sociology*, Londres, International Sociological Association, 1959, vol. 1.

Gilhooly, K.: *Thinking: Directed*, *Undirected and Creative*, Londres, Academic Press.

Goodman, Nelson: *Fact, Fiction and Forecast*, Londres, Athlone Press, 1954, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1955.

Hadamard, Jacques: *The Psychology of Invention in the Mathematical Field*, 1945, Nueva York, Dover, 1954. [Hay traducción española.]

Hahn, Hans: "The Crisis of Intuition", en *The World of Mathematics*, compilado por J. R. Newman, Nueva York, Simon & Schuster, 1956.

Hartmann, Nicolai: *Einführung in die Philosophie*, 3a ed., Osnabrück, Luise Hanckel, 1954.

Heyting, A.: "Die intuitionistische Grundlegung der Mathematik", *Erkenntnis*, II, 1931, 106.

—*Intuitionism: An Introduction*, Amsterdam, North Holland, 1956.

—"La conception intuitionniste de la logique", *Les études philosophiques*, XI, 1956, 226.

—"Intuitionism in Mathematics", en *Philosophy in the Mid-Century*, vol. 1, compilado por R. Klibansky, Florencia, La Nuova Italia, 1958. [Trad. esp.:

*La filosofía a mediados del siglo X*X, Buenos Aires, Eudeba.]

—(comp.): *Constructivity in Mathematics: Proceedings of the Colloquy, held at Amsterdam*, 1957, Amsterdam, North-Holland, 1959.

Hilbert, David: *Grundlagen der Geometrie*, (1899), 7a ed., Leipziz-Berlín, Teubner, 1930.

—"Über das Unendliche", Mathematische Annalen, XCV, (1925), 161.

—Cohn-Vossen, S. C.: *Anschauliche Geometrie,* Berlín, Springer, 1932. [Hay traducción inglesa.]

Husserl, Edmund: *Husserliana*, La Haya, Martinus Nijhoff, 1950.

—*Philosophie der Arithmetik*, Leipzig, Haacke, 1891.

—*Ideas: General Introduction to Pure Phenomenology*, traducción de W. R. Royce Gibson, Londres, Allen & Unwin, 1931. [Hay traducción española.]

James, William: *Essays in Radical Empiricism and a Pluralistic Universe*, 1909, Nueva York, Longmans, Green, 1958.

Kant, Immanuel: *Kritik der reinen Vernunft*, 1781, 1787, edición de R. Schmidt, Hamburgo, Meiner, 1952.

Klein, Felix: *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint*, 1911-14, 2 vols., Nueva York, Macmillan, 1932 y 1939.

Klemm, Friedrich: *A History of Western Technology*, traducción de D. Waley Singer, Nueva York, Charles Scribner's Sons, 1959.

Koch, Sigmund (comp.): *Psychology: A Study of a Science*, vol. II, Nueva York, McGraw-Hill, 1959. Kolnai, Aurel: *The War Against the West*, Londres, Gollancz, 1938.

Kuhn, Thomas S.: *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago, University of Chicago Press, 1962. [Hay traducción castellana.]

Le Lionnais, F. (comp.): *Les grands courants de la pensée mathématique*, París, Les Cahiers du Sud, 1948. [Trad. esp.: *Las grandes corrientes del pensamiento matemático*, Buenos Aires, Eudeba, 1962.]

Le Roy, Edouard: *La pensée intuitive*, 2 vols., París, Boivin, 1929 y 1930.

Libby, Walter: "The Scientific Imagination", *Scientific Monthly*, XV, 1922, 263.

Mach, Ernst: *Erkenntnis und Irrtum*, Leipzig, Barth, 1905.

Margenau, Henry: "Phenomenology and Physics", *Philosophy and Phenomenological Research,* V, 1944, 269.

Martindale, C.: *Cognition and Consciousness,* Homewood, III, Dorsey Press.

McKellar, Peter: *Imagination and Thinking*, Londres, Cohen & West, 1957.

Medawar, P.: *Induction and Intuition in Scientific Thought*, Filadelfia, American Philosophical Society, 1969.

Mikulinskij, S. R. y Jarosevskij, M. G.: "Psychologie des wissenschaftlichen Schaffens und Wissenschaftslehre", *Zeitschrift für allgemeine Wissenschaftstheorie,* 1, 1970,

83-103.
Mises, Richard von: *Positivism: A Study in Human Understanding*, Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1951.
Moore, G. E.: *Principia Ethica*, 1903, Cambridge University Press, 1959.
Nagel, Ernest y Newman, James R.: *Gödel's Proof,* Nueva York, New York University Press, 1958.
Neumann, Johann von: "Die formalistische Grundlegung der Mathematik", *Erkenntnis,* II, 1931, 116.
Osgood, Charles E.: *Method and Theory in Experimental Psychology,* Nueva York, Oxford University Press, 1953.
Pap, Arthur: *Elements of Analytic Philosophy*, Nueva York, Macmillan, 1949.
Papert, Seymour: *Mindstorms*, Nueva York, Basic Books, 1980.
Pederson-Krag, Geraldine: "The Use of Metaphor in Analytic Thinking", *Psychoanalytic Quarterly,* XXV, 1956, 66.
Peirce, Charles S.: *Values in a Universe of Chance,* compilado por P. Wiener, Nueva York, Doubleday, 1958.
Piaget, Jean: *The Psychology of Intelligence*, Nueva York, Harcourt, Brace & Co., 1950.
Platt, Washington y Baker, Ross A.: "The Relation of the Scientific 'Hunch' to Research", *Journal of Chemical Education*, VIII, 1931, 1969.
Poincaré, Henri: *La valeur de la science*, París, Flammarion, 1906.
—*Science et méthode*, París, Flammarion, 1908. Polanyi, Michael: *Personal Knowledge*, Chicago, University of Chicago Press.
Pólya, G.: *Mathematics and Plausible Reasoning,* 2 vols., Princeton, Princeton University Press, 1954.
Popper, Karl R.: *The Logic of Scientific Discovery,* 1935, Londres, Hutchinson, 1959. [Hay traducción española.]
—"On the Sources of Our Knowledge", *Indian Journal of Philosophy*, I, 3, 1959.
Quine, Willard V.: *From a Logical Point of View,* Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1953.
—*World and Object*, Nueva York, The Technological Press of the MIT y Wiley, 1960.
Reichenbach, Hans: *The Philosophy of Space and Time*, 1928, Nueva York, Dover Publications Inc., 1958.

Rey Pastor, Julio: *Introducción a la matemática superior*, Madrid, Biblioteca Corona, 1916.

Ribot, Theódule: *Essai sur l'imagination créatice,* París, Alean, 1900.

Russell, Bertrand: *Mysticism and Logic*, 1918, Londres, Penguin Books, 1953.

—"On Vagueness", *Australasian Journal of Psychology and Philosophy*, I, 1923, 84. [Trad. esp. incluida en M. Bunge (comp.), *Antología semántica,* Buenos Aires, Nueva Visión, 1960.]

Scheler, Max: *Der Formalismus in der Ethik un die materiale Wertethik,* 1916, Berna, Francke, 1954.

Schiller, F. C. S.: "Hypothesis", en el vol. II de *Studies in the History and Method of Science*, compilado por C. Singer, Oxford, Clarendon Press, 1921.

Schlick, Moritz: *Allgemeine Erkenntnislehre*, 2a ed., Berlín, Springer, 1925.

Sellars, Roy Wood, McGill, J. y Farber, Marvin (comps.): *Philosophy for the Future*, Nueva York, Macmillan, 1949. [Hay traducción española.]

Selye, Hans: *From Dream to Discovery*, Nueva York, McGraw-Hill, 1964.

Spinoza, Baruch: *Ethique*, texto bilingüe, traducido por Ch. Appuhn, París, Garnier, 1909.

Springbett, B. M., Dark, J. G. y Clake: "An Approach to Measurement of Creative Thinking", *Canadian Journal of Psychology*, XI, 1957, 9.

Stern, Alfred: "Significado de la fenomenología", *Minerva*, Buenos Aires, I, 1944, 197.

—"Max Scheler, filósofo de la guerra total y del estado totalitario", *Minerva*, II, 1945, 109.

Struik, Dirk J.: "Mathematics", en *Philosophy for the Future*, compilado por R. W. Sellars *et al.*, Nueva York, Macmillan, 1949.

Suppes, Patrick: *Introduction to Logic*, Princeton, Van Nostrand, 1957.

Tarski, Alfred: *Logic, Semantics*, *Metamathematics*, traducción de J. H. Woodger, Oxford, Clarendon Press, 1956.

Taylor, Donald W., Berry, Paul C. y Block, Clifford H.: "Does Group Participation when Using Brainstorming Facilitate or Inhibit Creative Thinking?", *Administrative Science Quarterly*, III, 1958, 23.

Waismann, Friedrich: *Introduction to Mathematical Thinking*, 1951, Nueva York, Harper & Brothers, 1959.

Wertheimer, Max: *Productive Thinking*, Nueva York y Londres, Harper & Brothers,

1945.

Weyl, Hermann: *Philosophy of Mathematics and Natural Science*, Princeton, Princeton University Press, 1949.

Whewell, William: *History of the Inductive Sciences*, Londres, John W. Parker, 1847.

—*Novum Organum Renovatum*, 3a ed., Londres, Parker, 1858.

Wilder Ramond, L.: *Introduction to the Foundations of Mathematics*, Nueva York, Whiley, 1952.

Yukawa, Hideki: *Creativity and Intuition*, Tokio,

Kodansha International, 1973.

Zilsel, Edgar: "Phenomenology and Natural Science", *Philosophy of Science*, VIII, 1941, 26.

GLOSARIO

ABSTRACTO. Un término es gnoseológicamente abstracto si no designa un objeto sensible, v. gr. “número”, “temperatura”. Un término es semánticamente abstracto si carece de significado preciso; v. gr. los términos de la teoría abstracta de los grupos.

A FORTIORI. Con mayor razón.

ALGORITMO. Regla que establece las operaciones que deben llevarse a cabo para resolver una clase especial de problemas, como el cálculo efectivo de un número o una función. Ejemplo: el procedimiento habitual para hallar raíces cuadradas.

ALTERNACIÓN. Disyunción de proposiciones (p o q).

ANÁLISIS PRAGMÁTICO. Rama de la semiótica que se ocupa del uso de los términos y de las circunstancias y motivos de su uso. Sinónimo: pragmática.

A PRIORI. Anterior a la experiencia e independiente de ella. Antónimo: a posteriori. Los teoremas lógicos y matemáticos se demuestran a priori, aunque en algunos casos pueden haber sido sugeridos por la experiencia.

ÁRBOL. Una representación gráfica de las operaciones lógicas. La fórmula lógica “p o q” se representa de este modo:

$$p \text{ o } q$$

La fórmula P(x) en el universo de los enteros positivos (x = 1, 2, 3, ..., n, ...), se representa así:

P(1)
P(2)
P(3)
etc.

ARGUMENTO AD HOMINEM. Rechazo de una concepción porque la sostiene alguien a quien desaprobamos.

AXIOLOGÍA. Teoría de la valoración.

AXIOMA. Enunciado que se toma como punto de partida o primitivo (no demostrado) en determinada teoría. Sinónimo: postulado.

BOURBAKI, NICOLÁS. Seudónimo colectivo adoptado por un brillante grupo de matemáticos abstractos que incluye a H. Cartan, J. Dieudonné, L. Schwartz y A. Weil.

CIENCIA FÁCTICA. Conjunto de las disciplinas que se ocupan de hechos concretos: física, química, biología, sociología, psicología, etcétera.

CIENCIA FORMAL. Ciencia no fáctica, es decir, el conjunto de las disciplinas que se ocupan de los objetos conceptuales prescindiendo de su posible referencia. La ciencia formal incluye la lógica y la matemática, así como las metaciencias correspondientes.

CIRCUITO DE INTEGRACIÓN. Línea cerrada a lo largo de la cual se realiza una integración.

CONCEPCIÓN LÚDICA DE LA MATEMÁTICA. Concepción según la cual el trabajo matemático es un juego con marcas o conceptos, sujeto a leyes arbitrarias.

CONCEPTO. Objeto formado por la mente y denotado por un término. Por ejemplo, el símbolo numérico “5” denota al concepto de número cinco.

CONCEPTUALISMO. Concepción según la cual las unidades del discurso son los conceptos y no meras marcas (formalismo) o tenues reflejos de ideas trascendentes (platonismo).

CRITERIOS DE CONVERGENCIA. Reglas que permiten decidir cuándo una serie infinita converge hacia un valor finito.

DATOS SENSIBLES. Información proporcionada por la percepción sensorial.

DEDUCCIÓN. Derivación de un enunciado de otros enunciados de tal manera que la conclusión se sigue en virtud de la forma o estructura del argumento e independientemente de los significados de los términos en cuestión. Sinónimo: inferencia deductiva.

DEMONSTRANDUM. La proposición que se quiere demostrar.

DIAGRAMAS DE EULER-VENN. Auxiliares visuales del álgebra de clases, mediante los cuales las clases se representan como círculos sobre un plano. La suma de dos clases se representa entonces como toda la región cubierta por los círculos correspondientes, y

el producto de dos clases como la región común a los círculos correspondientes.

DICHTUNG. Término alemán que designa la poesía y, en general, la literatura.

DINAMICISTA. Que subraya el cambio.

DOGMATISMO. Aceptación acrítica de creencias.

Élan. Término francés que designa tendencia o impetuosidad. Élan vital: impulso de vida, término clave en la filosofía de Bergson.

ELUCIDACIÓN. Aclaración o refinamiento de conceptos. Los procedimientos habituales de la elucidación son la definición y la incorporación en una teoría (teorificación).

EMPATÍA. Comprensión del comportamiento de otras personas imaginándose uno en su situación y sin la ayuda de la ciencia. Sinónimo: comprensión simpática.

EMPIRISMO. Clase de teorías filosóficas que sostienen que la experiencia es el único objeto, la única fuente y la única prueba del conocimiento. Empirismo lógico: versión moderna del empirismo que reconoce la naturaleza formal de la lógica y la matemática. Sinónimo: positivismo lógico.

ENTROPIA. Propiedad termodinámica relacionada con la energía ligada (es decir, energía no disponible como trabajo) y con el grado de desorden microscópico. El segundo axioma de la termodinámica puede expresarse del siguiente modo: "La entropía de un sistema aislado tiende a aumentar", o "la energía libre de un sistema aislado tiende a disminuir".

ENUNCIADO EXISTENCIAL. Enunciado que comienza con la expresión: "Existe", "existe por lo menos un x tal que" u otras similares. La forma del enunciado existencial más simple es "($\exists$x) P(x)" que se lee así: "Existe por lo menos un x tal que x tiene la propiedad P".

ENUNCIADO OBSERVACIONAL. Oración que describe una observación o que expresa el resultado de ésta. Según el empirismo, los enunciados observacionales son las unidades básicas del discurso científico.

ENUNCIADO SINGULAR. Enunciado en el que sólo figuran constantes lógicas. Ejemplos: "2 + 1 = 3" y "Este libro es desconcertante".

ENUNCIADO UNIVERSAL. Enunciado que comienza con las palabras "todo" o "para todo". La forma de enunciado universal más simple es "(x)Px", es decir, "Para todo x, x es P".

EXISTENCIALISMO. Variedad del irracionalismo que se ocupa, de una manera

oscura y especulativa, del ser, la nada, la existencia humana y otros temas habitualmente tratados por las ciencias del hombre.

EXPLICANDUM. Término que se quiere elucidar.

FALIBILISMO. Concepción según la cual la mayor parte del conocimiento humano es falible, esto es, corregible. Antónimo: infalibilismo.

FILOSOFÍA ESPECULATIVA. La clase de tendencias filosóficas que no se preocupan por poner a prueba las hipótesis que proponen, por ejemplo, el hegelianismo y el existencialismo.

FILOSOFÍA ANALÍTICA. En un sentido amplio, la clase de tendencias filosóficas que respetan la lógica y subrayan el valor del análisis lógico (sintáctico y semántico). En sentido estricto, la escuela filosófica que hace del análisis del lenguaje su única ocupación, dejando a un lado la gnoseología y la ontología.

FLATUS VOCIS. Ruido carente de significado. El nominalismo sostiene que todo término de clase (v. gr. "humanidad") es un flatus vocis, es decir, un término vacío que no posee referencia alguna.

FORMALISMO. Tendencia en la filosofía de la matemática según la cual a) los objetos de la matemática son signos físicos, por ejemplo, marcas sobre un papel; b) los procesos de convalidación deben incluir un número finito de signos, y c) la lógica es una rama de la matemática aplicada. La gnoseología y la ontología del formalismo son nominalistas.

FORMALIZACIÓN. Se dice que una teoría es formalizada si está formulada en una forma axiomática y si, además, se han formulado explícitamente todas sus presuposiciones y reglas.

FOTÓN, HIPÓTESIS DEL. Hipótesis perteneciente a la teoría cuántica de la radiación, según la cual la energía de una onda luminosa consiste en cierto número de unidades discretas (cuantos).

FUNCIÓN ORTOGONAL. Funciones cuyo producto escalar es nulo. Dos funciones, f y g, son ortogonales entre sí en un dominio D, si (f,g) = dff Df(x) g (x)dx = 0

FUNDAMENTALISMO. Creencia de que toda disciplina debe tener un fundamento inconmovible.

GNOSEOLOGÍA. Teoría del conocimiento. Se ocupa de conceptos tales como los de percepción, construcción, prueba y conjetura. En los últimos años, bajo la influencia de la filosofía anglosajona, se ha tendido a reemplazar "gnoseología" por "epistemología",

que originalmente designó a la filosofía de la ciencia.

GRÁFICO DE DISPERSIÓN. Diagrama que representa un acontecimiento elemental, como la colisión entre un electrón y un fotón. Sinónimo: gráfico de Feynman.

GRUPO. Conjunto de elementos sujetos a una regla de combinación para unir un par cualquiera de ellos y tal que la combinación de dos elementos cualesquiera pertenece al conjunto. La operación de combinación obedece a la ley asociativa, todo elemento tiene un inverso y el conjunto tiene un elemento identidad. Si no se especifica la naturaleza de los elementos ni la operación, se dice que el grupo es abstracto.

HERMÉTICO. Perteneciente a la "ciencia" oculta.

HEURÍSTICO. Que sirve para el descubrimiento. Una regla heurística importante dice: "Varíese las suposiciones".

HIPÓTESIS. Proposición corregible. Para el falibilismo las proposiciones de la ciencia fáctica son hipótesis, incluso después de su corroboración.

HISTORICISMO. Concepción según la cual todo lo social debe enfocarse primordialmente desde un punto de vista histórico y sin intentar alcanzar generalizaciones.

IDEALISMO. Conjunto de escuelas filosóficas según las cuales las ideas son anteriores a las cosas o, con otras palabras, los objetos físicos no tienen una existencia independiente de alguna mente, sea humana o divina.

INCLUSIÓN. Una clase A está incluida en una clase B si, y sólo si, todos los miembros de A pertenecen también a B.

INDUCCIÓN. 1. En cuestiones fácticas, generalización a partir de casos particulares. 2. En matemática, la inducción completa (o matemática) es una técnica de prueba aplicable a leyes concernientes a los enteros o que incluyen a éstos.

INDUCTIVISMO. Creencia de que la inducción es el método de la ciencia, tanto para encontrar leyes, como para ponerlas a prueba.

INFALIBILISMO. Véase FALIBILISMO.

INTEGRAL DE FOURIER. Integral de la forma f -∞ ∞ eitxf(x)dx.

INTERVALOS ENCAJADOS. Una sucesión de intervalos (por ejemplo segmentos de recta) se denomina encajada si cada intervalo está contenido en el precedente.

ITERACIÓN. Aplicación repetida. Por ejemplo, la aplicación repetida de "a" tiene como resultado "an".

JUICIO SINTÉTICO. 1. En la filosofia de Kant, un juicio es sintético si el predicado

no está "incluido" en el sujeto; ejemplo, "La Argentina es un país civilizado". 2. En la filosofia contemporánea, una proposición que no puede convalidarse a priori, sino que es verdadera o falsa en virtud de los hechos. Antónimo: proposición analítica.

LEMA. Proposición que se toma prestada de otro contexto para ser utilizada en la prueba de otro teorema. [Glenn James y Robert C. James, Mathematics Dictionary (Princeton, Nueva Jersey, Van Nostrand, 1959).]

LOGICISMO. Tendencia en la filosofia de la ciencia formal, según la cual: a) las proposiciones tienen un valor de verdad independientemente de que hayan sido o no confirmadas o disconfirmadas; b) la lógica es anterior a la matemática, y c) todos los conceptos de la matemática pueden construirse con la sola ayuda de términos lógicos.

MATERIALISMO. Conjunto de tendencias filosóficas según las cuales todo es o bien material o bien función de la materia; en particular, la mente es una función del sistema nervioso. Constituye una variedad del naturalismo.

MATRIZ. Tablas de elementos (v. gr. números). Los determinantes que tienen un valor determinado se forman a partir de matrices.

MATRIZ NO NULA. Matriz cuyos elementos no son todos nulos. Véase MATRIZ.

METACIENCIA. La teoría de la ciencia, que comprende la metodología y la filosofía de la ciencia.

MODELO DE LAS CAPAS NUCLEARES. La teoría, y el modelo visual correspondiente, según la cual las partículas del núcleo atómico están dispuestas en capas de manera similar a las capas electrónicas extranucleares.

MODUS PONENS. Regla de inferencia básica del cálculo proposicional, de acuerdo con la cual si se afirman un condicional ("Si p, entonces q") y su antecedente (p), entonces puede afirmarse o separarse el consecuente (q).

MODUS TOLLENS. Es la regla de la inferencia deductiva que nos permite rechazar una proposición p si ella implica una proposición q que ha resultado ser falsa.

NATURALISMO. La clase de tendencias filosóficas que niegan la existencia de entes sobrenaturales y afirman la evolución natural de la vida y el espíritu a partir de unidades físicas.

NOMINALISMO. Concepción en la cual los conceptos y las proposiciones son sólo palabras o sonidos, y para la cual sólo los individuos tienen existencia real. Nominalismo lógico y matemático = formalismo.

NUBE DE PROBABILIDAD. Imagen de una distribución probabilística de la

posición. En la teoría cuántica puede representarse la posición de una partícula bien localizada por una pequeña nube, cuya densidad corresponde a la probabilidad de que la partícula ocupe determinado lugar en la nube.

NÚMERO ALGEBRAICO. Todo número que sea una solución de una ecuación algebraica de coeficientes enteros. Por ejemplo, $\sqrt{2}$ y— $\sqrt{2}$ satisfacen la ecuación $x^2 — 2 = 0$; por tanto son números algebraicos.

NÚMERO TRASCENDENTE. Número que no es la raíz de una ecuación algebraica con coeficientes enteros; ejemplos: e y π.

OPERACIONALISMO. Rama del pragmatismo que sostiene que únicamente las operaciones empíricas (p. ej., las mediciones) pueden conferir significado a los términos, y que todos los términos científicos deben definirse con referencia a operaciones. Según esta concepción, “infinito actual”, “mente” y “átomo no observado” son términos carentes de significado.

ORDEN LINEAL. El orden de una sucesión en cadena. El orden generado por la relación “menor que” en el conjunto de los enteros positivos es lineal. Un orden lineal es discreto si los miembros de la sucesión son numerables.

PAQUETE DE ONDAS. Haz de infinitas ondas monocromáticas con leves diferencias de frecuencia. Sinónimo: grupo de ondas.

PARADOJA. 1. Enunciado que lleva a contradicción. “El enunciado que estoy escribiendo en este instante es falso” es una de las llamadas paradojas de autorreferencia. 2. Véase SEUDOPARADOJA.

PARTICIPACIÓN PITAGÓRICA. Concepción según la cual todo participa de todo.

PLATONISMO. 1. En ontología, concepción según la cual las ideas preexisten a las cosas, siendo estas últimas copias imperfectas de las primeras. 2. En la filosofia de la matemática, la concepción expuesta por el logicismo: las proposiciones existen de por sí y son verdaderas o falsas independientemente de que hayan sido verificadas, de modo que la demostración es más bien un descubrimiento que una creación.

POSITIVISMO. Tipo de empirismo que se caracteriza por el énfasis en los datos sensibles y la inducción, la aceptación de las partes descriptivas de la ciencia, cierta desconfianza en la teoría, y que rehúsa admitir o negar la realidad del mundo físico. Véase EMPIRISMO.

POSTULADO: Axioma.

PRAGMATISMO. Escuela filosófica según la cual la acción es a la vez la fuente y la

prueba de todo conocimiento, y los términos que no denoten acción de alguna manera, carecen de significado.

PRESISTEMÁTICO, PENSAMIENTO. Pensamiento que no interviene en la estructura de un sistema conceptual (teoría).

PROCEDIMIENTOS DIAGONALES. Técnicas debidas a Cantor para demostrar la numerabilidad de los números racionales y la no numerabilidad de los números reales.

PROPOSICIÓN. Correlato lógico del juicio, que a su vez es una entidad psicológica. Los formalistas y los pragmatistas prefieren hablar de oraciones o enunciados. Los conceptualistas sostienen que los enunciados constituyen expresiones lingüísticas de las proposiciones.

PROPOSICIÓN ANALÍTICA. 1. En la filosofia de Kant un juicio es analítico si el predicado está "incluido" en el sujeto, como por ejemplo, en "Los sistemas compuestos están formados por unidades menos complejas". 2. En la filosofía contemporánea, una proposición que es verdadera, o bien en virtud de su forma lógica (v. gr. "No es cierto que p y no p"), o bien en virtud del significado de sus términos componentes (v. gr. "El agua se congela a 0°C"). Habitualmente se considera que las proposiciones analíticas no informan acerca de hechos. Todas las proposiciones de la lógica y la matemática son analíticas. Antónimo: proposición sintética.

PROPOSICIÓN DECIDIBLE. Proposición cuya verdad o falsedad puede demostrarse con los medios que proporciona el sistema al que pertenece.

PROPOSICIÓN INDECIDIBLE. Proposición que no puede derivarse formalmente en un sistema dado, aunque acaso puede ser reconocida como verdadera o falsa de una manera semirrigurosa o con la ayuda de reglas de inferencia más poderosas.

PROTOCOLARIO, ENUNCIADO. Es una oración acuñada en un lenguaje de datos sensibles y que describe una observación. Por ejemplo: "Ahora percibo aquí una mancha roja". La ciencia no hace uso de tales verbalizaciones primitivas y subjetivas.

PSICOLOGISMO. Tendencia a asimilar los entes lógicos y las operaciones psicológicas.

RACIONALISMO. En un sentido amplio, es el conjunto de las filosofías que dan crédito a la razón. En sentido estricto, conjunto de las filosofías que sostienen que basta el razonamiento puro, tanto para la ciencia formal, como para la ciencia fáctica. Sinónimo: racionalismo tradicional.

REALISMO. 1. Objetivismo, es decir, concepción según la cual el mundo externo

existe por sí mismo, independientemente de que alguien lo perciba o piense en él. Se opone al idealismo. 2. Realismo platónico: doctrina según la cual las ideas existen antes que los hombres e incluso son más reales que las cosas, las cuales a su vez no son más que copias defectuosas de las ideas. Variedad del idealismo.

REGLAS DE DESIGNACIÓN. Reglas semánticas que establecen el significado de los signos. Por ejemplo, “p denota una variable proposicional”.

REGLAS DE FORMACIÓN. Reglas sintácticas que establecen las posibles maneras correctas de combinar signos. Por ejemplo: “El signo que representa el producto de dos elementos debe aparecer entre dichos elementos”.

REGLAS DE TRANSFORMACIÓN. Reglas sintácticas que legislan las inferencias que pueden hacerse partiendo de enunciados dados. Por ejemplo, la regla de sustitución y el modus ponens.

REIFICACIÓN. Conversión de una propiedad, una función o un término abstracto en una cosa o un agente. Por ejemplo, en “la intuición nos hace captar la esencia de las cosas”, la intuición es considerada como una cosa separada, es decir, es reificada.

SEMÁNTICA. Estudio de las relaciones que existen entre los signos y sus designados (si los hay) y también de su status epistémico. Los conceptos de denotación, significado, analiticidad y verdad son semánticos.

SEMIÓTICA. La teoría de los signos; abarca la sintaxis, la semántica y la pragmática.

SENSISMO. Concepción según la cual ningún término posee significado a menos que describa un dato sensible o un complejo de experiencias sensoriales.

SEUDOPARADOJA. Enunciado incompatible con la opinión corriente, sea vulgar o científica.

SINTÁCTICO. Perteneciente a la sintaxis.

SINTAXIS. Estudio de las relaciones que existen entre los signos sin tomar en cuenta su significado ni su uso, si lo tienen.

SISTEMA SEMÁNTICO. Un sistema de signos (v. gr. lenguaje natural o una teoría fáctica) todos los cuales están dotados de significado. Antónimos: sistema abstracto, sistema no interpretado.

SPIN, HIPÓTESIS DEL. La hipótesis de que las partículas elementales, como el electrón y el protón, poseen una propiedad mecánico-cuántica cuyo análogo clásico es la rotación angular intrínseca.

SUCESIÓN. Conjunto de términos ordenados como el conjunto de los enteros

positivos. No debe confundirse con SERIE, que es una suma de términos, generalmente infinita.

TEOREMA. Enunciado derivable de otros enunciados de una teoría.

TEORÍA. Sistema de proposiciones que hacen referencia a algún asunto, de modo que sus proposiciones son, o bien independientes entre sí (axiomas) o bien se conectan por medio de la relación de implicación lógica y tal que los conceptos que aparecen en las proposiciones están vinculados de alguna manera.

TEORÍA AXIOMÁTICA. Teoría expuesta ordenadamente; primero se enumeran los conceptos primitivos y luego se formulan las proposiciones primitivas (axiomas).

TEORÍA DE LOS CONJUNTOS. La teoría de los conjuntos infinitos. Son conceptos característicos de la teoría de los conjuntos las relaciones "pertenece a" y "está incluido en". Hasta hace poco todo el cuerpo de la matemática pudo construirse con el solo auxilio de la lógica y la teoría de los conjuntos. Actualmente hay una teoría aún más profunda: la de las categorías, en la que se define la relación de pertenencia.

TEORIFICACIÓN. Una hipótesis está teorificada si está incluida en una teoría o si se la ha expandido en teoría.

TRANSITIVIDAD. Una relación "R" tal que, si xRy e yRz, entonces xRz es denominada transitiva. Son transitivas las relaciones de igualdad y desigualdad; la relación de similitud es intransitiva.

VARIABLE. 1. En ciencia formal, aquello que puede tomar como valores entidades con un significado fijo. Ejemplos: las variables individuales "x", "y", etc. y las variables proposicionales "p", "f", etc. 2. En ciencia fáctica, una función que denota una propiedad de un sistema concreto. Ejemplos: "posición" y "solubilidad".

VERDAD. 1. Verdad formal. Una proposición es formalmente verdadera o bien por convención o bien porque es implicada lógicamente por premisas previamente aceptadas. 2. Verdad fáctica. Una proposición es fácticamente verdadera si describe o se refiere a un estado de cosas real de una manera exacta.

WAHRHEIT. "Verdad" en alemán.

Bunge, Mario
Intuición y razón. - 1a ed. - Buenos Aires :
Debolsillo, 2013
(Ensayo. Ciencia)
EBook.

ISBN 978-987-566-939-0

1. Ensayo Argentino. I. Título
CDD A864

Edición en formato digital: noviembre de 2013

Humberto I 555, Buenos Aires.

Diseño de cubierta: Random House Mondadori, S.A.

ISBN 978-987-566-939-0

Conversión a formato digital: Libresque

www.megustaleer.com.ar



Consulte nuestro catálogo en: www.megustaleer.com

Random House Mondadori, S.A., uno de los principales líderes en edición y distribución en lengua española, es resultado de una *joint venture* entre Random House, división editorial de Bertelsmann AG, la mayor empresa internacional de comunicación, comercio electrónico y contenidos interactivos, y Mondadori, editorial líder en libros y revistas en Italia.

Desde 2001 forman parte de Random House Mondadori los sellos Beascoa, Debate, Debolsillo, Collins, Caballo de Troya, Electa, Grijalbo, Grijalbo Ilustrados, Lumen, Mondadori, Montena, Plaza & Janés, Rosa dels Vents y Sudamericana.

Sede principal:
Travessera de Gràcia, 47–49
08021 BARCELONA
España
Tel.: +34 93 366 03 00
Fax: +34 93 200 22 19

Sede Argentina:
Humberto Primo 555, BUENOS AIRES
Teléfono: 5235-4400
E-mail: info@rhm.com.ar
www.megustaleer.com.ar



Índice